



ЕСТЕСТВЕННЫЕ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ В СОВРЕМЕННОМ МИРЕ

*Сборник статей по материалам
XXIII международной научно-практической конференции*

№ 10 (22)
Октябрь 2014 г.

Издается с декабря 2012 года

Новосибирск
2014

УДК 50

ББК 20

Е 86

Ответственный редактор: Гулин А.И.

Председатель редакционной коллегии:

Козьминых Владислав Олегович — д-р хим. наук, проф., зав. кафедрой химии естественнонаучного факультета Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета.

Редакционная коллегия:

Гукалова Ирина Владимировна — д-р геогр. наук, доц. ведущий научный сотрудник Института географии НАН Украины, доц. кафедры экономической и социальной географии Киевского национального университета им. Т. Шевченко;

Данилов Виктор Павлович — канд. с.-х. наук, зам. дир. по научной работе СибНИИ кормов СО Россельхозакадемии;

Елисеев Дмитрий Викторович — канд. техн. наук, доцент, бизнес-консультант Академии менеджмента и рынка, ведущий консультант по стратегии и бизнес-процессам, «Консалтинговая фирма «Партнеры и Боровков»;

Зеленская Татьяна Евгеньевна — канд. физ.-мат. доц. кафедры высшей математики Югорского государственного университета;

Королев Владимир Степанович — канд. физ.-мат. наук, доц. кафедры механики управляемого движения факультета прикладной математики - процессов управления Санкт-Петербургского государственного университета.

Романова Алла Александровна — канд. техн. наук, доц. кафедры прикладной физики Санкт-Петербургского государственного экономического университета;

Рымкевич Павел Павлович — канд. физ.-мат. наук, доц., проф. кафедры физики Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург, чл.-кор. Международной академии наук экологии, безопасности человека и природы, член Экспертного совета по энергоэффективности зданий и сооружений Санкт-Петербурга;

Сүлеймен Ерлан Мэлсұлы — д-р филос. наук, канд. хим. наук, директор института прикладной химии при Евразийском национальном университет им. Л.Н. Гумилева;

Харченко Виктория Евгеньевна — канд. биол. наук, ст. науч. сотр. отдела флоры Дальнего Востока, Ботанический сад-институт ДВО РАН;

Яковичина Татьяна Федоровна — канд. с.-хоз. наук, доц., заместитель заведующего кафедрой экологии и охраны окружающей среды Приднепровской государственной академии строительства и архитектуры, член Всеукраинской экологической Лиги.

Е 86 Естественные и математические науки в современном мире / Сб. ст. по материалам XXIII междунар. науч.-практ. конф. № 10 (22). Новосибирск: Изд. «СибАК», 2014. 86 с.

Учредитель: НП «СибАК»

Сборник статей «Естественные и математические науки в современном мире» включен в систему Российского индекса научного цитирования (РИНЦ).

При перепечатке материалов издания ссылка на сборник статей обязательна.

ISSN 2309-3560

© НП «СибАК», 2014

Оглавление	
Секция 1. Математика	6
1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ	6
ОБ ОДНОМ АНАЛОГЕ ФОРМУЛЫ ПЛАНШЕРЕЛЯ ДЛЯ ВЕЙВЛЕТ-АФФИННОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ Сыздыкова Айжан Толегеновна	6
1.2. Теория вероятностей и математическая статистика	14
ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ЧИСЛЕ РАВНОВЕРОЯТНЫХ СТОЛБИКОВ ГИСТОГРАММЫ Бардасов Сергей Александрович	14
Секция 2. Информационные технологии	23
2.1. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ	23
ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MAPLE ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ Голанова Анна Викторовна Голикова Екатерина Ивановна	23
МЕТОД УСТРАНЕНИЯ ЛАПЛАСОВСКОГО ШУМА НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ Данг Нгок Хоанг Тхань Фан Зуй Тунг	29
2.2. Методы и системы защиты информации, информационная безопасность	35
РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ЗНАНИЙ ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЗАЩИЩЕННЫХ ВСТРОЕННЫХ УСТРОЙСТВ Десницкий Василий Алексеевич	35

Секция 3. Физика	41
3.1. Механика жидкости, газа и плазмы	41
ПОСТРОЕНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ СЕТОК ОКОЛО КРЫЛА С КРУТКОЙ ДЛЯ РАСЧЕТА ТРАНСЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ Рябинин Анатолий Николаевич	41
МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИФРАКЦИИ ВОЛН НА ПОВЕРХНОСТИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ КРУГОВЫМ ЦИЛИНДРОМ Сычева Елена Михайловна	46
Секция 4. Биология	53
4.1. Зоология	53
АНАЛИЗ МЕЖПОПУЛЯЦИОННОЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ МОРФОМЕТРИЧЕСКИХ ПРИЗНАКОВ СЕРЕБРЯНОГО КАРАСЯ Левых Алёна Юрьевна Усольцева Юлия Александровна	53
4.2. Физиология	67
ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ ВЕНТРОМЕДИАЛЬНОГО ЯДРА ГИПОТАЛАМУСА В ДИНАМИКЕ ТОКСИЧЕСКОГО СТРЕССА, ВЫЗВАННОГО СОЛЮЮ КАДМИЯ Муратова Надия Рафаэлевна	67
4.3. Экология и природопользование	72
ПОЛУЧЕНИЕ КОМПОЗИЦИОННЫХ ПОЛИМЕРНЫХ ЭКОЛОГИЧЕСКИ ЧИСТЫХ УПАКОВОЧНЫХ ПЛЁНОК НА ОСНОВЕ ПРОИЗВОДНЫХ ЦЕЛЛЮЛОЗЫ Кезина Елена Викторовна Кадималиев Давуд Али-оглы Котина Елена Александровна	72

Секция 5. Химия **78**

5.1. Органическая химия **78**

СИНТЕЗ И ИЗУЧЕНИЕ АНТИМИКРОБНОЙ **78**

АКТИВНОСТИ 1,4-БИСАММОНИЕВЫХ СОЛЕЙ,

СОДЕРЖАЩИХ ОБЩУЮ

НЕПРЕДЕЛЬНУЮ ГРУППУ

Овакимян Светлана Ашотовна

Обосян Нина Гарниковна

Овсебян Вардуи Суреновна

Бабахаян Ашот Вардгесович

СЕКЦИЯ 1.

МАТЕМАТИКА

1.1. ВЕЩЕСТВЕННЫЙ, КОМПЛЕКСНЫЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

ОБ ОДНОМ АНАЛОГЕ ФОРМУЛЫ ПЛАНШЕРЕЛЯ ДЛЯ ВЕЙВЛЕТ-АФФИННОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Сыздыкова Айжан Толеженовна

*старший преподаватель кафедры математики и информатики
Павлодарского государственного университета им. С. Торайгырова,
Республика Казахстан, г. Павлодар
E-mail: aizhan-syzdykova@yandex.ru*

ON AN ANALOGUE OF THE PLANCHEREL'S FORMULA FOR A WAVELET-AFFINE TRANSFORMATION

Aizhan Syzdykova

*senior teacher of Mathematics and Informatics
Department S. Toraighyrov Pavlodar State University,
Republic of Kazakhstan, Pavlodar*

АННОТАЦИЯ

Целью данной статьи является ознакомление читателей возможностями теории локально компактных групп в ее теоретическом и практическом применении. В современном математическом мире методы, используемые в гармоническом анализе, становятся все более актуальными. На основе теории квадратично интегрируемых представлений локально-компактных групп, были получены результаты, имеющие связь с теорией непрерывного вейвлет-

преобразования. В работе представлена теорема Планшереля для вейвлет-аффинного преобразования, которую можно рассматривать как многомерное непрерывное вейвлет-преобразование.

ABSTRACT

The aim of this article is to show readers the opportunities of the theory of locally compact groups in their theoretical and practical applications. In the modern mathematical world the methods used in harmonic analysis are became more and more actual. By the theory of square integrable representation of locally compact groups, the results having communication with continuous wavelet transform were received. In this work Plancherel's theorem for the wavelet-affine transformation which is considered as multidimensional continuous wavelet-transform is submitted.

Ключевые слова: аффинное преобразование; непрерывное вейвлет-преобразование.

Keywords: affine transform; continuous wavelet transform.

1. АФФИННОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ

Как известно в вейвлет-преобразовании в качестве входа

используются функции $f \in L^2$, а на выходе получаются функции $Wf : A \times H \rightarrow C$, где множество H является множеством параметров сжатия (растяжения), A — множеством параметров сдвига. В такой ситуации для установления формулы Планшереля, возникает необходимость определения скалярного произведения для функций $u : A \times H \rightarrow C$. Определение скалярного произведения напрямую зависит от определения меры на множестве $A \times H$.

Рассмотрим аффинное преобразование $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, соответствующее правилу

$$x \rightarrow T(x) = Mx + v,$$

где $x, v \in \mathbb{R}^n$, M — обратимая матрица, т. е. $M \in GL_n(\mathbb{R})$. В виде матрицы перехода в однородных координатах запишется

$$\begin{pmatrix} T(x) \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M & \mathbf{v} \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$$

такое представление аффинного преобразования используется в компьютерной графике. Представление матричного перехода можно записать в виде уравнения:

$$\bar{y} = A\bar{x}, \quad (1)$$

где $\bar{x}, \bar{y} \in \mathbb{R}^{n+1}$, $A \in H \leq GL_{n+1}(\mathbb{R})$. Левая часть уравнения (1) представляет собой преобразованный вектор, правую же часть уравнения в теории групп еще называют действием группы $\langle H, \cdot \rangle$ на группе $\langle \mathbb{R}^{n+1}, + \rangle$, или действием группы на элементах данного пространства. Элементы группы H также записывают в виде

$$[\mathbf{v}, M] = \begin{pmatrix} M & \mathbf{v} \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

которые являются преобразованиями с групповой операцией умножения (в данном контексте понимается как композиция преобразований):

$$[\mathbf{v}, M][\mathbf{u}, B] = [\mathbf{v} + M\mathbf{u}, MB]. \quad (3)$$

Т. о., можно рассматривать преобразования $[\mathbf{v}, M]$ как элементы аффинной группы $\text{Aff}_n(\mathbb{R}) = \mathbb{R}^n \times_s GL_n(\mathbb{R})$ с операцией (3), где « \times_s » понимается в смысле полупрямого произведения групп [3]. В группе $\text{Aff}_n(\mathbb{R})$ единичным элементом

является $[0, E]$, обратным для элемента $[v, M]$ является элемент $[-M^{-1}v, M^{-1}]$.

Т. к. пространство \mathbb{R}^n является абелевой группой относительно сложения векторов, то инвариантной мерой на группе \mathbb{R}^n является Лебегова мера, т. е. для любой интегрируемой функции интеграл

$$\int_{\mathbb{R}^n} f(x) dx$$

понимается как интегрирование в смысле Лебега и инвариантность понимается как

$$\int_{\mathbb{R}^n} f(x) dx = \int_{\mathbb{R}^n} f(x + u) dx, \quad \forall u \in \mathbb{R}^n \quad (4)$$

Тогда [2] для $\forall M \in GL_n(\mathbb{R})$ и $\forall x \in \mathbb{R}^n$

$$\int_{\mathbb{R}^n} f(x) dx = |\det M| \int_{\mathbb{R}^n} f(Mx) dx \quad (5)$$

В случае интегрирования в группе $GL_n(\mathbb{R})$ инвариантной мерой (точнее левоинвариантной мерой) является мера Хаара, тогда для $f \in C_c(GL_n(\mathbb{R}))$

$$\int_{GL_n(\mathbb{R})} f(A) dA = \int_{\mathbb{R}^{n^2}} f(a) \frac{da}{|\det A|^n}, \quad (6)$$

где $\mathbf{a} = (a_{11}, \dots, a_{1n}, \dots, a_{n1}, \dots, a_{nn}) \in \mathbb{R}^{n^2}$,
 для которой [1] инвариантность понимается как

$$\int_{GL_n(\mathbb{R})} f(A) dA = \int_{GL_n(\mathbb{R})} f(BA) dA, \quad \forall B \in GL_n(\mathbb{R}) \quad (7)$$

Теперь можно определить инвариантную меру в группе $\text{Aff}_n(\mathbb{R})$. Для $F \in C_c(\text{Aff}_n(\mathbb{R}))$ интегрирование в группе понимается как [5]

$$\begin{aligned} \int_{\text{Aff}_n(\mathbb{R})} F([\mathbf{u}, A]) d[\mathbf{u}, A] &= \int_{GL_n(\mathbb{R})} \int_{\mathbb{R}^n} F([\mathbf{u}, A]) d\mathbf{u} dA = \\ &= \int_{\mathbb{R}^n} d\mathbf{u} \int_{\mathbb{R}^{n^2}} F([\mathbf{u}, A]) \frac{d\mathbf{a}}{|\det A|^n}. \end{aligned} \quad (8)$$

Тогда скалярное произведение запишется следующим образом,
 для $F, G \in L^2(\text{Aff}_n(\mathbb{R}))$

$$\langle F, G \rangle = \int_{\text{Aff}_n(\mathbb{R})} F([\mathbf{u}, A]) \overline{G([\mathbf{u}, A])} d[\mathbf{u}, A] \quad (9)$$

2. НЕПРЕРЫВНОЕ ВЕЙВЛЕТ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ В МНОГОМЕРНОМ СЛУЧАЕ

Многие авторы в своих работах для описания непрерывного вейвлет преобразования в многомерном случае используют теорию квадратично интегрируемых представлений локально компактных групп [4].

Пусть $\text{Aff}_n(\mathbb{R}) = \mathbb{R}^n \times_s GL_n(\mathbb{R})$, и пусть ρ представление группы $\text{Aff}_n(\mathbb{R})$, действующей в гильбертовом пространстве $L^2(\mathbb{R}^n)$, определенное по правилу

$$\rho[\mathbf{u}, A]\psi(\mathbf{x}) = |\det A|^{-1/2} \psi(A^{-1}\mathbf{x} - \mathbf{u}) \equiv: \psi_{[\mathbf{u}, A]}(\mathbf{x}),$$

$[\mathbf{u}, A] \in \text{Aff}_n(\mathbb{R})$, $\psi \in L^2(\mathbb{R}^n)$. Нормирующий множитель выбран так, чтобы с учетом (4) и (5)

$$\begin{aligned} \|\rho[\mathbf{u}, A]\psi\|_{L^2(\mathbb{R}^n)}^2 &= \int_{\mathbb{R}^n} |\rho[\mathbf{u}, A]\psi(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x} = \\ &= |\det A|^{-1} \int_{\mathbb{R}^n} |\psi(A^{-1}\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x} = |\det A|^{-1} |\det A| \int_{\mathbb{R}^n} |\psi(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x} = \|\psi\|_{L^2(\mathbb{R}^n)}^2 \end{aligned}$$

т. е.,

$$\|\psi_{[\mathbf{u}, A]}\|_2 = \|\psi\|_2.$$

Т. о., представление ρ группы $\text{Aff}_n(\mathbb{R})$ представляет собой сжатие (растяжение) и сдвиги функций $\psi \in L^2(\mathbb{R}^n)$. Такое представление является квадратично интегрируемым представлением группы $\text{Aff}_n(\mathbb{R}) = \mathbb{R}^n \times_s GL_n(\mathbb{R})$ [5].

Преобразование Фурье функций $\psi_{[\mathbf{u}, A]}$ имеет вид

$$\begin{aligned} \widehat{\psi_{[\mathbf{u}, A]}}(\xi) &= \int_{\mathbb{R}^n} \psi_{[\mathbf{u}, A]}(\mathbf{x}) e^{-2\pi i \langle \xi, \mathbf{x} \rangle_{\mathbb{R}^n}} d\mathbf{x} = |\det A|^{-1/2} \int_{\mathbb{R}^n} \psi(A^{-1}\mathbf{x} - \mathbf{u}) e^{-2\pi i \langle \xi, \mathbf{x} \rangle_{\mathbb{R}^n}} d\mathbf{x} = \\ &= \begin{bmatrix} A^{-1}\mathbf{x} - \mathbf{u} = \mathbf{y} \\ \mathbf{x} = A(\mathbf{y} + \mathbf{u}) \\ d\mathbf{x} = |\det A| d\mathbf{y} \end{bmatrix} = |\det A|^{1/2} \int_{\mathbb{R}^n} \psi(\mathbf{y}) e^{-2\pi i \langle \xi, A\mathbf{y} + A\mathbf{u} \rangle_{\mathbb{R}^n}} d\mathbf{y} = \\ &= |\det A|^{1/2} e^{-2\pi i \langle \xi, A\mathbf{u} \rangle_{\mathbb{R}^n}} \int_{\mathbb{R}^n} \psi(\mathbf{y}) e^{-2\pi i \langle A^*\xi, \mathbf{y} \rangle_{\mathbb{R}^n}} d\mathbf{y} = \\ &= |\det A|^{1/2} e^{-2\pi i \langle A^*\xi, \mathbf{u} \rangle_{\mathbb{R}^n}} \widehat{\psi}(A^*\xi), \end{aligned}$$

где A^* — транспонированная матрица.

Пусть $\psi \in L^2(\mathbb{R}^n)$ фиксирована и пусть $f \in L^2(\mathbb{R}^n)$, вычислим скалярное произведение

$$\begin{aligned} \langle f, \psi_{[u, A]} \rangle_{L^2(\mathbb{R}^n)} &= \langle \widehat{f}, \widehat{\psi_{[u, A]}} \rangle_{L^2(\mathbb{R}^n)} = \int_{\mathbb{R}^n} \widehat{f}(\xi) \overline{\widehat{\psi_{[u, A]}}(\xi)} d\xi = \\ &= \int_{\mathbb{R}^n} \widehat{f}(\xi) |\det A|^{1/2} e^{-2\pi i \langle A^* \xi, u \rangle} \overline{\widehat{\psi}(A^* \xi)} d\xi = \int_{\mathbb{R}^n} F_A(\xi) e^{-2\pi i \langle -Au, \xi \rangle} d\xi = \widehat{F_A}(-Au) \end{aligned}$$

где $F_B(\xi) = |\det B|^{1/2} \widehat{f}(\xi) \overline{\widehat{\psi}(B^* \xi)}$. Обозначим $W_\psi f[u, A] = \langle f, \psi_{[u, A]} \rangle_{L^2(\mathbb{R}^n)}$. Рассмотрим скалярное произведение $\langle W_\psi f, W_\psi g \rangle_{L^2(\text{Aff}_n(\mathbb{R}))}$, согласно (9)

$$\begin{aligned} \langle W_\psi f, W_\psi g \rangle_{L^2(\text{Aff}_n(\mathbb{R}))} &= \int_{\mathbb{R}^n \times GL_n(\mathbb{R})} W_\psi f[u, A] \overline{W_\psi g[u, A]} d[u, A] = \\ &= \int_{GL_n(\mathbb{R})} \left(\int_{\mathbb{R}^n} \widehat{F_A}(-Au) \overline{\widehat{G_A}(-Au)} du \right) dA \stackrel{(5)}{=} \int_{GL_n(\mathbb{R})} \left(|\det A|^{-1} \int_{\mathbb{R}^n} \widehat{F_A}(u) \overline{\widehat{G_A}(u)} du \right) dA = \\ &= \int_{GL_n(\mathbb{R})} |\det A|^{-1} \langle \widehat{F_A}, \widehat{G_A} \rangle_{L^2(\mathbb{R}^n)} dA = \int_{GL_n(\mathbb{R})} |\det A|^{-1} \langle F_A, G_A \rangle_{L^2(\mathbb{R}^n)} dA \stackrel{(6)}{=} \\ &= \int_{\mathbb{R}^{n^2} \times \mathbb{R}^n} F_A(\xi) \overline{G_A(\xi)} d\xi \frac{da}{|\det A|^{n+1}} = \int_{\mathbb{R}^{n^2} \times \mathbb{R}^n} |\det A| \widehat{f}(\xi) \overline{\widehat{g}(\xi)} |\widehat{\psi}(A^* \xi)|^2 \frac{da}{|\det A|^{n+1}} = \\ &= \int_{\mathbb{R}^n} \widehat{f}(\xi) \overline{\widehat{g}(\xi)} \left(\int_{\mathbb{R}^{n^2}} |\widehat{\psi}(A^* \xi)|^2 \frac{da}{|\det A|^n} \right) d\xi = \langle f, g \rangle \left(\int_{\mathbb{R}^{n^2}} |\widehat{\psi}(A^* \xi)|^2 \frac{da}{|\det A|^n} \right). \end{aligned}$$

Как мы видим из последней строки вычисления, если выражение, стоящее в скобках удовлетворяет равенству:

$$\int_{\mathbb{R}^{n^2}} |\widehat{\psi}(A^* \xi)|^2 \frac{da}{|\det A|^n} = 1, \quad (10)$$

то получаем аналог формулы Планшереля

$$\langle W_\psi f, W_\psi g \rangle_{L^2(\text{Aff}_n(\mathbb{R}))} = \langle f, g \rangle_{L^2(\mathbb{R}^n)}$$

Выражение $W_\psi f[u, A] = \langle f, \psi_{[u, A]} \rangle_{L^2(\mathbb{R}^n)}$ называется вейвлет-аффинным преобразованием функции $f \in L^2(\mathbb{R}^n)$. Условие (10) называется условием допустимости или еще вейвлет-условием.

Теорема. Пусть $\psi \in L^2(\mathbb{R}^n)$ удовлетворяет условию

$$\int_{\mathbb{R}^{n^2}} |\widehat{\psi}(A^* \xi)|^2 \frac{da}{|\det A|^n} = 1,$$

тогда для любых $f, g \in L^2(\mathbb{R}^n)$ выполняется

$$\langle W_\psi f, W_\psi g \rangle_{L^2(\text{Aff}_n(\mathbb{R}))} = \langle f, g \rangle_{L^2(\mathbb{R}^n)}$$

Список литературы:

1. Вейль А. Интегрирование в топологических группах и его применения. М., 1950. — 222 с.
2. Никольский С.М. Курс математического анализа, Т. II, 3-е изд. М.: Наука, 1983. — 448 с.
3. Baker A. Matrix Groups. An Introduction to Lie Group Theory, I, London: Springer, 2002. — 332 с.
4. Ghandehari M., Syzdykova A., Taylor K. A four dimensional continuous wavelet transform. Commutative and Noncommutative Harmonic Analysis and Applications, Contemporary Mathematics, vol. № 603, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2013, — pp. 123—136.
5. Hewitt E., Ross K.A. Abstract harmonic analysis, I, Berlin: Springer, 1963.

1.2. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ЧИСЛЕ РАВНОВЕРОЯТНЫХ СТОЛБИКОВ ГИСТОГРАММЫ

Бардасов Сергей Александрович

*канд. физ.-мат. наук, доцент
Тюменского государственного университета,
РФ, г. Тюмень
E-mail: sbard@mail.ru*

ABOUT OPTIMAL NUMBER OF EQUIPROBABLE HISTOGRAM BARS

Sergey Bardasov

*candidate of Science, assistant professor
of Tyumen State University,
Russia, Tyumen*

АННОТАЦИЯ

Рассматривается вид зависимости оптимального числа m равновероятных столбиков гистограммы от объема выборки n . Для анализа используется информационный критерий Акаике. Примеры показывают, что при большом числе наблюдений число интервалов m зависит от n по степенному закону. Однако величина показателя степени зависит от вида функции плотности вероятностей.

ABSTRACT

The type of dependence of optimum number m of equiprobable histogram bars on the sample size n is considered. For the analysis information criterion of Akaike is used. Examples show that at a gross sample the number of histogram bins depends on n as a power function. However the size of an exponent depends on a type of probability density function.

Ключевые слова: гистограмма; информационный критерий Акаике.

Keywords: histogram; Akaike information criterion.

Если длины столбиков гистограммы равны, то упрощение критерия Акаике при большом числе наблюдений приводит к критерию [1]:

$$m^* = \arg \max_m \left(m \sum_{i=1}^m \left(\frac{n_i}{n} \right)^2 - \frac{m}{n} \right). \quad (1)$$

Полагая, что $\left(\frac{n_i}{n} \right)$ равно вероятности попадания в i -ый интервал гистограммы и переходя от числа интервалов m к их длине h , можно показать, что оптимальное значение h определяется критерием

$$h^* = \arg \max_h \left(-\frac{h^2}{12} \int f'^2(x) dx - \frac{1}{nh} \right). \quad (2)$$

Приравнивая к нулю производную по h , получим известный результат Скотта [2]:

$$h^* = \left(6 / \int_{-\infty}^{+\infty} f'(x)^2 dx \right)^{1/3} n^{-1/3}. \quad (3)$$

Формула (3) первоначально была получена методом интегральной среднеквадратической ошибки. Следовательно, в случае равных интервалов длина (число) столбиков гистограммы обратно пропорциональна (пропорционально) корню третьей степени из числа

наблюдений. Представляет интерес рассмотреть характер подобной зависимости, когда длины интервалов будут различны.

Рассмотрим случай равновероятных интервалов. Такие интервалы часто применяют в случае сильно неоднородных распределений. Информационный критерий Акаике [3] для гистограммы имеет вид:

$$-\frac{2\ln(L(m))}{n} + \frac{2m}{n} \quad (4)$$

где: n — объем выборки;

m — число столбиков гистограммы;

$L(m)$ — функция правдоподобия модели (гистограммы).

Множитель 2 в формуле (4) имеет историческое происхождение, в дальнейшем его учитывать не будем.

Функция правдоподобия модели имеет вид:

$$L(m) = \left(\frac{v}{nh_1}\right)^v \times \left(\frac{v}{nh_2}\right)^v \times \dots \times \left(\frac{v}{nh_m}\right)^v = \frac{v^n}{n^n (h_1 \times h_2 \times \dots \times h_m)^v} = \frac{1}{m^n (h_1 \times h_2 \times \dots \times h_m)^{\frac{n}{m}}}, \quad v = \frac{n}{m}$$

где h_i — длина интервала i -го столбика, $i = \overline{1, m}$.

Логарифмируя функцию правдоподобия, получим

$$\ln(L(m)) = -\frac{n}{m} \sum_{i=1}^m \ln(h_i) - n \ln(m).$$

Тогда для оценки оптимального числа интервалов гистограммы получим:

$$m^* = \arg \min_m \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \ln(h_i) + \ln(m) + \frac{m}{n} \right). \quad (5)$$

Как показывают нижеследующие примеры при больших объемах выборки вид асимптотической зависимости числа столбиков m гистограммы с равновероятными интервалами неодинаков для различных распределений.

Пусть плотность распределения имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty; 0), \\ 2x, & x \in [0; 1], \\ 0, & x \in (0; \infty). \end{cases} \quad (6)$$

Разделим отрезок $[0; 1]$ на m частей, имеющих длины h_1, h_2, \dots, h_m , которые при большом объеме выборки можно оценить из условия:

$$\int_{h_{i-1}}^{h_i+h_{i-1}} 2x \, dx = \frac{1}{m}; \quad i = 1, \dots, m; \quad h_0 = 0. \quad (7)$$

Согласно (7) получим

$$h_i = \sqrt{\frac{i}{m}} - \sqrt{\frac{i-1}{m}}; \quad i = 1, \dots, m.$$

Следовательно, оптимальное число групп m^* , находится из условия:

$$m^* = \arg \min_m \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \ln \left(\frac{\sqrt{i} - \sqrt{i-1}}{\sqrt{m}} \right) + \ln(m) + \frac{m}{n} \right).$$

Оценим выражение

$$\begin{aligned} & \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \ln \left(\frac{\sqrt{i} - \sqrt{i-1}}{\sqrt{m}} \right) + \ln(m) + \frac{m}{n} = \\ & = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \ln(\sqrt{i} - \sqrt{i-1}) + \frac{1}{2} \ln(m) + \frac{m}{n}. \end{aligned}$$

Заметим, что

$$\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \ln(\sqrt{i} - \sqrt{i-1}) = \frac{1}{m} \left[\ln(1) + \sum_{i=2}^m \ln(\sqrt{i} - \sqrt{i-1}) \right] = \frac{1}{m} \sum_{i=2}^m \ln(\sqrt{i} - \sqrt{i-1})$$

$$\sum_{i=2}^m \ln(\sqrt{i} - \sqrt{i-1})$$

Оценим сумму по формуле Эйлера-Маклорена:

$$\begin{aligned} \sum_{i=2}^m g(i) & \approx \int_2^m g(x) dx + \frac{g(m) + g(2)}{2} + \frac{B_2}{2!} [g'(m) - g'(2)] \\ \frac{1}{m} \sum_{i=2}^m \ln(\sqrt{i} - \sqrt{i-1}) & \approx \frac{1}{m} \int_2^m \ln(\sqrt{x} - \sqrt{x-1}) dx + \\ & + \frac{\ln(\sqrt{m} - \sqrt{m-1}) + \ln(\sqrt{2} - \sqrt{1})}{2m} + \frac{1}{12m} \times \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x(2x-2)} - 2x\sqrt{x-1}} \Big|_2^m \end{aligned}$$

Вычисляя, получим:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{m} \sum_{i=2}^m \ln(\sqrt{i} - \sqrt{i-1}) + \frac{1}{2} \ln(m) + \frac{m}{n} = \\
& = \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{m}} - \frac{1}{2} \ln(m) - \ln\left(1 + \sqrt{1 - \frac{1}{m}}\right) + \frac{\ln m}{4m} + \\
& + \frac{1}{2m} \ln\left(1 + \sqrt{1 - \frac{1}{m}}\right) - \frac{\sqrt{2} - 3\ln(\sqrt{2} + 1)}{2m} + \frac{\ln m}{4m} + \\
& + \frac{1}{2m} \ln\left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{m}}\right) + \frac{\ln(\sqrt{2} - \sqrt{1})}{2m} + \\
& + \frac{1}{12m} \left[\frac{\sqrt{2} - 1}{4 - 2\sqrt{2}} - \frac{1}{2m\sqrt{1 - \frac{1}{m}}} \right] + \frac{1}{2} \ln(m) + \frac{m}{n}
\end{aligned}$$

После упрощений и разложения в ряд по степеням $\frac{1}{m}$,

с точностью до величин порядка $\frac{1}{m}$, имеем:

$$m^* = \arg \min_m \left\{ \left[\frac{3\ln(\sqrt{2} + 1) - \sqrt{2}}{2} + \frac{\ln(\sqrt{2} - 1)}{2} + \frac{\sqrt{2} - 1}{12(4 - 2\sqrt{2})} \right] \frac{1}{m} + \frac{m}{n} \right\}.$$

Приравняем производную к нулю, тогда оптимальное число интервалов будет равно

$$m^* = \sqrt{\left[\frac{3\ln(\sqrt{2}+1) - \sqrt{2}}{2} + \frac{\ln(\sqrt{2}-1)}{2} + \frac{\sqrt{2}-1}{12(4-2\sqrt{2})} \right] n},$$

$$m^* = 0,4514 \sqrt{n}. \quad (8)$$

Пусть плотность распределения имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty; 1), \\ \frac{1}{x}, & x \in [1; e], \\ 0, & x \in (e; \infty). \end{cases} \quad (9)$$

В этом случае длины интервалов определяются из условия:

$$\int_{h_{i-1}}^{h_i+h_{i-1}} \frac{1}{x} dx = \frac{1}{m}; \quad i = 1, \dots, m; \quad h_0 = 1.$$

Тогда

$$h_i = e^{i/m} - e^{(i-1)/m} = e^{(i-1)/m} (e^{1/m} - 1), \quad i = 1, \dots, m.$$

Следовательно, оптимальное число групп m^* , находится из условия:

$$m^* = \arg \min_m \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \ln(e^{(i-1)/m} (e^{1/m} - 1)) + \ln(m) + \frac{m}{n} \right).$$

Проведем вычисления

$$\begin{aligned} & \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \ln \left(e^{(i-1)/m} (e^{1/m} - 1) \right) + \ln(m) + \frac{m}{n} = \\ & = \frac{1}{m} \times \frac{m(m-1)}{2m} + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \ln \left[(e^{1/m} - 1)m \right] + \frac{m}{n} . \end{aligned}$$

Разлагая показательную и степенную функции по степеням $\frac{1}{m}$, получим:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{m} \times \frac{m(m-1)}{2m} + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \ln \left[(e^{1/m} - 1)m \right] + \frac{m}{n} \approx \\ & \approx \frac{1}{m} \times \frac{m-1}{2} + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \ln \left[\left(1 + \frac{1}{2m} + \frac{1}{6m^2} \right) \right] + \frac{m}{n} \approx \\ & \approx \frac{1}{2} - \frac{1}{2m} + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{2m} + \frac{1}{24m^2} - \frac{1}{2880m^4} \right) + \frac{m}{n} \approx \\ & \approx \frac{1}{2} - \frac{1}{2m} + \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{12m^2} \right) + \frac{m}{n} \approx \\ & \approx \frac{1}{2} - \frac{1}{2m} + \frac{1}{2m} \left(1 + \frac{1}{12m} \right) + \frac{m}{n} \approx \\ & \approx \frac{1}{2} + \frac{1}{24m^2} + \frac{m}{n} . \end{aligned}$$

Приравняем производную последнего выражения к нулю, получим:

$$-\frac{1}{12m^3} + \frac{1}{n} = 0$$

Тогда число интервалов гистограммы для функции плотности (5) при большом числе наблюдений равно:

$$m^* = \sqrt[3]{\frac{n}{12}} \quad (10)$$

Таким образом, в рассмотренных примерах согласно критерию Акаике в случае равновероятных интервалов зависимость числа интервалов гистограммы от объема выборки при большом числе наблюдений приближенно подчиняется степенной зависимости. Однако величина показателя степени зависит от вида функции плотности распределения вероятностей.

Список литературы:

1. Бардасов С.А. Упрощение критерия Акаике для гистограммы. В сб.: «Физико-математические науки и информационные технологии: теория и практика»: материалы международной заочной научно-практической конференции. Новосибирск: Изд. «СибАК», 2012. — С. 8—13.
2. Scott D.W. On optimal and data-based histograms // *Biometrika*. — 1979. — Vol. 66. — P. 605—610.
3. Akaike H. Information theory as an extension of the maximum likelihood principle. In B. N. Petrov & F. Csaki (Eds.). *Second International Symposium on Information Theory*. Budapest: Akademiai Kiado, 1973. — P. 267—281.

СЕКЦИЯ 2.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

2.1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ

ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MAPLE ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Голанова Анна Викторовна

*канд. пед. наук,
доцент кафедры информатики и вычислительной математики
Ленинградского государственного университета имени А.С. Пушкина,
РФ, г. Пушкин
E-mail: golanova@yandex.ru*

Голикова Екатерина Ивановна

*канд. пед. наук,
доцент кафедры информатики и вычислительной математики
Ленинградского государственного университета
имени А. С. Пушкина,
РФ, г. Пушкин
E-mail: golikova_kat@inbox.ru*

THE SYSTEM OF COMPUTER MATHEMATICS MAPLE TO SOLVE PROBLEMS OF DIFFERENTIAL GEOMETRY

Anna Golanova

*candidate of Science, associate professor
of department of computer science and calculus mathematics
of Pushkin Leningrad State University,
Russia, Pushkin*

Ekaterina Golikova

*candidate of Science, associate professor
of department of computer science and calculus mathematics
of Pushkin Leningrad State University,
Russia, Pushkin*

АННОТАЦИЯ

В статье представлен алгоритм решения геометрических задач, приводящих к дифференциальным уравнениям первого порядка, и рассмотрена его реализация в системе Maple.

ABSTRACT

The article presents an algorithm for solving geometric problems leading to differential equations of the first order, and its realization in Maple system.

Ключевые слова: компьютерное моделирование; дифференциальное уравнение; геометрическая задача.

Keywords: computer simulation; differential equation; geometric problem.

В компьютерном моделировании дифференциальные уравнения занимают особое место. Математическое исследование какого-либо реального явления или процесса часто приводит к решению таких уравнений, поскольку сами законы, которым подчиняется то или иное явление или процесс, записывают в виде дифференциальных уравнений.

В курсе «Компьютерное моделирование» для бакалавров по направлению 050100.62 «Педагогическое образование» рассматриваются геометрические задачи, приводящие к решению дифференциальных уравнений первого порядка [1].

Выделим основные типы таких задач (по [2, с. 158—161]):

1. задачи, приводящие к решению уравнений с разделяющимися переменными (например, найти кривые, у которых точка пересечения

любой касательной с осью абсцисс имеет абсциссу, вдвое меньшую абсциссы точки касания);

2. задачи, приводящие к решению однородных уравнений (например, найти кривые, у которых поднормаль равна разности между модулем радиус-вектора кривой и абсциссой точки касания);

3. задачи, приводящие к решению линейных уравнений (например, найти кривые, у которых площадь трапеции, ограниченной осями координат, касательной и ординатой точки касания, есть величина постоянная, равная $3a^2$);

4. задачи, приводящие к решению уравнений, не разрешённых относительно производной (например, найти кривую, проходящую через начало координат и такую, что отрезок нормали к ней, отсекаемый сторонами первого координатного угла, имеет постоянную длину, равную 2);

5. задачи, приводящие к уравнениям, допускающим понижение порядка (например, найти кривые, у которых радиус кривизны обратно пропорционален косинусу угла между касательной и осью абсцисс).

Рассмотрим алгоритм решения геометрических задач, приводящих к дифференциальным уравнениям первого порядка:

1. построить чертёж в декартовых или полярных координатах;
2. обозначить искомую кривую через $y = y(x)$ (если задача решается в прямоугольных координатах) и выразить все упоминаемые в задаче величины через три величины: x , y , y' ;

3. воспользоваться данным в условии задачи соотношением, которое позволяет получить дифференциальное уравнение;

4. решить полученное уравнение и найти искомую функцию $y(x)$.

Для составления дифференциального уравнения необходимо знать некоторые простейшие результаты по теории плоских кривых из дифференциальной геометрии, а именно:

1. способы задания кривых: в декартовых координатах, в параметрическом виде, в полярных координатах;

2. положительное направление кривой;

3. уравнение касательной, уравнение нормали, положительное направление касательной, положительное направление нормали;

4. подкасательная кривой, поднормаль кривой;

5. длина дуги кривой;

6. радиус кривизны кривой, радиус-вектор.

Для решения полученного дифференциального уравнения можно использовать системы компьютерной математики (например, Mathcad, Maple) и онлайн калькуляторы.

В качестве примера приведём решение следующей геометрической задачи: найдите уравнение кривой, проходящей через точку (1,2) и обладающей тем свойством, что отношение ординаты любой её точки к абсциссе пропорционально угловому коэффициенту касательной к этой кривой, проведенной в той же точке, с коэффициентом пропорциональности $k = 3$ [1, с. 114, № 368].

При решении задачи будем использовать описанный выше алгоритм.

1. Построим чертёж к задаче в декартовых координатах (см. Рис. 1).

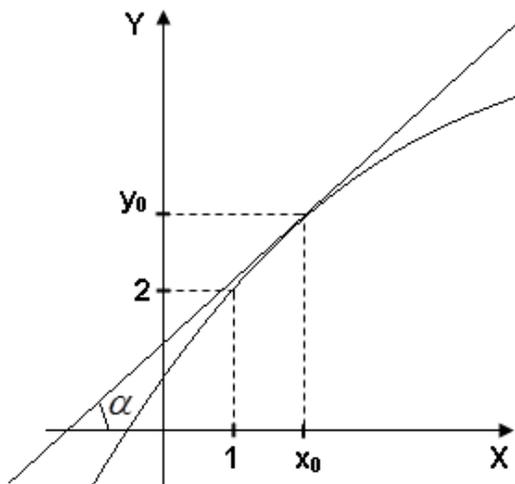


Рисунок 1. Иллюстрация задачи

2. Обозначим искомую кривую через $y = y(x)$.
3. Составим дифференциальное уравнение, воспользовавшись условием задачи.

Отношение ординаты любой точки к абсциссе пропорционально коэффициенту касательной к этой кривой, проведенной в той же точке,

$$\frac{y}{x} = ky'$$

т. е.

Коэффициент пропорциональности равен 3, отсюда: $\frac{y}{x} = 3y'$.

Так как кривая проходит через точку (1,2), то начальное условие задачи Коши: $y(1) = 2$.

4. Найдём аналитическое решение получившегося дифференциального уравнения в системе Maple.

Подключим пакет DETools для решения дифференциального уравнения и зададим само уравнение:

```
with(DETools): d := y(x)/x = 3*(diff(y(x), x));
```

Воспользуемся функцией dsolve для нахождения общего решения:

```
dsolve(d, y(x));
```

В результате получим:

```
y(x) = _C1 x1/3;
```

Найдём частное решение дифференциального уравнения, воспользовавшись начальным условием $y(1) = 2$.

```
dsolve({d, y(1) = 2}, y(x));
```

В результате получим:

```
y(x) = 2 x1/3;
```

Таким образом, уравнение искомой кривой имеет вид:

$$y(x) = 2\sqrt[3]{x}$$

Отметим, что система Maple позволяет решить дифференциальное уравнение не только аналитически, но и численно. Для этого воспользуемся функцией dsolve, но с дополнительными параметрами, например:

```
dsol:=dsolve(d1, type = numeric, method = classical[foreuler],  
output= array([1, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 2]));
```

где d1 – задача Коши, type – параметр, указывающий на то, что решение будет численным, method – выбранный численный метод решения, output – массив выводимых значений.

В Maple реализованы следующие численные методы решения дифференциальных уравнений: метод Рунге-Кутта-Фельберга 4—5-ого порядка (rkf45); классический метод Рунге-Куты 4-ого порядка (classical[rk4]); прямой метод Эйлера (classical[foreuler]); усовершенствованный метод Эйлера (classical[heunform]); модифицированный метод Эйлера (classical[impoly]); метод Рунге-Кутта 7—8 порядка (dverk78); одношаговый (gear) и многошаговый методы Гира (mgear).

Существует возможность построения графиков аналитического и численного решений.

Для построения графика аналитического решения воспользуемся функцией plot из пакета plots, например:

```
plot(2*x^(1/3), x = 1 .. 2, style = point, color = yellow),
```

где: $2 \cdot x^{1/3}$ — найденное аналитическое решение,
 x — интервал построения,
style — стиль графика,
color — цвет графика.

Для построения графика численного решения воспользуемся функцией odeplot из пакета DETools, например:

```
odeplot(dsol, [x, y(x), color = red, style = POINT], 1 .. 2),
```

где: dsol — найденное численное решение, x , $y(x)$, color,
style — параметры графика,
1..2 — интервал построения.

```
p1 := odeplot(dsol, [x, y(x), style = point, color = blue, symbol = circle,  
symbolsize = 15], 1 .. 2);  
p2 := plot(2 * x^(1/3), x = 1 .. 2, color = black, thickness = 1);  
display(p2, p1);
```

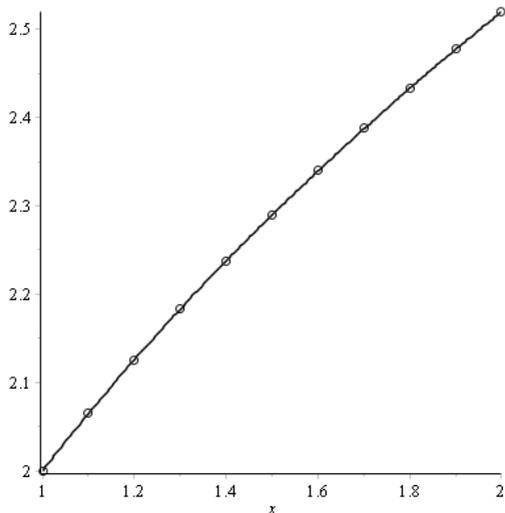


Рисунок 2. Графики аналитического и численного решений дифференциального уравнения

Таким образом, использование системы Maple при решении данной геометрической задачи позволяет не только найти аналити-

ческое и численное решение, но и визуализировать его. Возможность построения графиков аналитического и численного решения в одной плоскости даёт возможность оценить ошибку найденного численного решения.

Список литературы:

1. Высшая математика: Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей высших учебных заведений / Арутюнов Ю.С., Полозков А.П., Полозков Д.П.; Под ред. Ю.С. Арутюнова. М.: Высш. школа, 1983. — 128 с.
2. Голанова А.В., Голикова Е.И. К вопросу об отборе содержания лабораторных работ по дисциплине «Компьютерное моделирование» для бакалавров по направлению «Педагогическое образование». // XVIII Царскосельские чтения: материалы междунар. науч. конф. СПб: ЛГУ им. А.С. Пушкина, — 2014. — Т. III. — С. 130—134.
3. Зайцев В.Ф., Петрушенко А.А., Швецкий М.В. Дифференциальные уравнения (структурная теория). Практикум. Часть 1. Учебное пособие для студентов математического факультета. СПб.: Интерлайн, 2008. — 596 с.

МЕТОД УСТРАНЕНИЯ ЛАПЛАСОВСКОГО ШУМА НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ

Данг Нгок Хоанг Тхань

аспирант

Тульского государственного университета,

РФ, г. Тула

Email: myhoangthanh@yahoo.com

Фан Зуй Тунг

магистрант

Тульского государственного университета,

РФ, г. Тула

Email: tungphandung@vinhuni.edu.vn

A METHOD TO REMOVE LAPLACE NOISE ON IMAGE

Dang Ngoc Hoang Thanh

*postgraduate student of Tula State University,
Russia, Tula*

Phan Duy Tung

*graduate student of Tula State University,
Russia, Tula*

АННОТАЦИЯ

В работе предложен метод для устранения лапласовского шума на изображениях на основе модификации модели ROF [3]. С помощью этого метода построен алгоритм для устранения лапласовского шума на изображениях.

ABSTRACT

In this paper we propose the method to remove Laplace noise on digital image. This method based on modified ROF model. From this model, we built the algorithm to allow removing noise.

Ключевые слова: подавление шума; цифровое изображение; модель ROF; уравнение Эйлера-Лагранжа.

Keywords: denoising; digital image; ROF model; equation Euler-Lagrange.

Шум на изображении уменьшает качество изображения. Несмотря на то, что цифровые камеры достаточно хорошие, уничтожение шума с помощью аппаратурной техники не может быть выполнено полностью. Особенно при условии слабого света, при значительном расстоянии между объектами и камерой и т. д., изображение содержит больше шума. В этом случае для повышения качества изображения нужны дополнительные алгоритмы устранения шума.

Большинство изображений содержит гауссовский шум. Но другой тип шума — лапласовский шум, также распространён. В этой статье мы предлагаем метод на основе вариационного подхода для устранения такого типа шума. Предлагаемый нами метод основан на использовании модели ROF Рудина (Rudin) [3].

В пространстве \mathbb{R}^2 задана ограниченная область Ω и набор $(x, y) \in \Omega$. Пусть $u: \Omega \rightarrow \mathbb{R}, v: \Omega \rightarrow \mathbb{R}, \eta: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ являются гладкими

функциями двух переменных. Задачу подавления шума можно представить на основе уравнения:

$$v(x, y) = u(x, y) + \eta(x, y),$$

где: $u(x, y)$ — функция оригинального изображения,
 $v(x, y)$ — функция зашумлённого изображения и
 $\eta(x, y)$ — функция шума.

Идеей устранения шума на изображении, предложенная Рудиным (Rudin), является [1] минимизация следующего функционала для функции u :

$$\arg \min_u \int_{\Omega} \|\nabla u\| dx dy, \quad (1)$$

где $\nabla u = (u_x, u_y)$, $u_x = \frac{\partial u}{\partial x}$, $u_y = \frac{\partial u}{\partial y}$.

Рассмотрим лапласовский шум. Для такого типа шума, яркость шума в каждой точке использует распределение Лапласа. Это значит, что для каждого события $v|u$:

$$p(v|u) = \frac{1}{2b} e^{-\frac{|v-u|}{b}}, \quad (2)$$

где b — параметр сдвига.

Мы считаем, что интенсивность зашумлённого изображения не изменяется. Это значит, что:

$$-\int_{\Omega} \ln(p(v|u)) dx dy = const. \quad (3)$$

Согласно (2), имеем

$$-\ln(p(v|u)) = \ln(2b) + |v - u|/b.$$

Поэтому, из (3) получаем:

$$\frac{1}{b} \int_{\Omega} |v - u| dx dy = const. \quad (4)$$

Задачу (1) с условием (4) можно представить в виде задачи оптимизации без ограничений:

$$\arg \min_u \int_{\Omega} \|\nabla u\| dx dy + \lambda \int_{\Omega} |v - u| dx dy, \quad (5)$$

где λ – ненулевой параметр.

Мы можем считать, что норма в (5) является нормой в пространстве L_2 . Это значит, что $\|\nabla u\| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$. Поэтому (5) переписывается в виде:

$$\arg \min_u \int_{\Omega} \sqrt{u_x^2 + u_y^2} dx dy + \lambda \int_{\Omega} |v - u| dx dy, \quad (6)$$

Алгоритм решения.

Для решения задачи оптимизации (6) мы используем уравнение Эйлера-Лагранжа [2]. Положим:

$$L(u, u_x, u_y) = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} + \lambda |v - u|.$$

Тогда уравнение Эйлера-Лагранжа задачи (6) имеет вид:

$$\frac{\partial(L_{u_x})}{\partial x} + \frac{\partial(L_{u_y})}{\partial y} - L_u = 0,$$

где $L_u = \frac{\partial L}{\partial u}$, $L_{u_x} = \frac{\partial L}{\partial u_x}$, $L_{u_y} = \frac{\partial L}{\partial u_y}$. Мы представим $L(u, u_x, u_y)$ в следующем виде:

$$L(u, u_x, u_y) = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} + \lambda \sqrt{(v - u)^2}.$$

Поэтому получим следующее уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) + \lambda \operatorname{sign}(v - u) = 0,$$

или

$$\frac{u_{xx}u_y^2 - 2u_xu_yu_{xy} + u_x^2u_{yy}}{(u_x^2 + u_y^2)^{3/2}} + \lambda \text{sign}(v - u) = 0. \quad (7)$$

Мы используем метод градиента для спуска с шагом по времени k для решения. Выражение (5) для нахождения u в шаге k имеет вид:

$$u^{(k+1)} = u^{(k)} + \Delta t \left(\frac{u_{xx}u_y^2 - 2u_xu_yu_{xy} + u_x^2u_{yy}}{(u_x^2 + u_y^2)^{3/2}} \right) + \lambda \text{sign}(v - u^{(k)}). \quad (8)$$

Здесь

$$\begin{aligned} (u_x^{(k)})_{ij} &= \frac{u_{i+1,j}^{(k)} - u_{i-1,j}^{(k)}}{2\Delta x}, \quad (u_y^{(k)})_{ij} = \frac{u_{i,j+1}^{(k)} - u_{i,j-1}^{(k)}}{2\Delta y}, \\ (u_{xx}^{(k)})_{ij} &= \frac{u_{i+1,j}^{(k)} - 2u_{ij}^{(k)} + u_{i-1,j}^{(k)}}{(\Delta x)^2}, \quad (u_{yy}^{(k)})_{ij} = \frac{u_{i,j+1}^{(k)} - 2u_{ij}^{(k)} + u_{i,j-1}^{(k)}}{(\Delta y)^2}, \\ (u_{xy}^{(k)})_{ij} &= \frac{u_{i+1,j+1}^{(k)} - u_{i+1,j-1}^{(k)} - u_{i-1,j+1}^{(k)} + u_{i-1,j-1}^{(k)}}{4\Delta x\Delta y}; \quad i = 1, \dots, N_1, j \\ &= 1, \dots, N_2; \quad k = 0, 1, \dots; \quad \Delta x = \Delta y = 1; \quad \Delta t = 0.2, \\ u_{0j}^{(k)} &= u_{1j}^{(k)}, \quad u_{N_1+1,j}^{(k)} = u_{N_1,j}^{(k)}, \quad u_{i0}^{(k)} = u_{i1}^{(k)}, \quad u_{i,N_2+1}^{(k)} = u_{i,N_2}^{(k)}, \end{aligned}$$

где: N_1 — число точек изображения по горизонтали,

N_2 — число точек изображения по вертикали.

Получаем при начальных условиях:

$$u_{ij}^0 = v_{ij}; \quad i = 1, \dots, N_1; \quad j = 1, \dots, N_2. \quad (7)$$

Алгоритм устранения шума:

Шаг 0. Заданы $u_{ij}^0 = v_{ij}$ и значение λ .

Шаг k.

- Вычислить $u^{(k+1)}$ по формуле (8).
- Проверить $|u^{(k+1)} - u^{(k)}| < \varepsilon$.
- Если условие выполнено, стоп. В противном случае перейти на шаг $k + 1$.

Экспериментальные результаты

2.2. МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ, ИНФОРМАЦИОННАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ

РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ЗНАНИЙ ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЗАЩИЩЕННЫХ ВСТРОЕННЫХ УСТРОЙСТВ

Десницкий Василий Алексеевич

*канд. техн. наук, старший научный сотрудник
лаборатории проблем компьютерной безопасности СПИИРАН,
РФ, г. Санкт-Петербург
E-mail: desnitsky@comsec.spb.ru*

DEVELOPMENT OF KNOWLEDGE MODEL FOR DESIGN OF SECURE EMBEDDED DEVICES

Desnitsky Vasily

*candidate of Science, senior researcher
of the laboratory of computer security problems os SPIIRAS,
Russia, St. Petersburg*

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (13-01-00843, 13-07-13159, 14-07-00697, 14-07-00417), программы фундаментальных исследований ОНИТ РАН (контракт № 2.2), проекта ENGENSEC программы Европейского Сообщества TEMPUS и государственного контракта № 14.604.21.0033

АННОТАЦИЯ

Стремительное возрастание количества разновидностей и экземпляров встроенных устройств, их повсеместное распространение и организация в виде систем «Интернет вещей» ставят особенно остро вопросы разработки механизмов их защиты от широкого круга угроз информационной безопасности. Сложность проектирования защищенных встроенных устройств обуславливается во многом слабой структуризацией и формализацией области знаний информационной безопасности встроенных устройств.

ABSTRACT

The rapid increase in the number of types and instances of embedded devices, their spread and the Internet of Things systems cause importance of problems of developing mechanisms to protect them from a wide range of information security threats. The complexity of the design of secure embedded devices is determined by relatively weak structuring and formalization of embedded security field.

Ключевые слова: защита встроенных устройств; модель знаний.
Keywords: embedded device security; knowledge model.

В настоящее время наблюдается стремительный рост числа встроенных устройств, осуществляющих коммуникации в сети Интернет и управляющихся удаленно на основе беспроводных сетевых протоколов в электроэнергетике, на транспорте, в системах распределенного документооборота, медицинских системах, системах электронного правительства, системах «интернет вещей» [10, с. 4] и «цифровой дом» [3, с. 24]. Специфика данной области — появление новых экспертных знаний, их устаревание, сбор информации из различных источников, в том числе из индустрии, исследовательских и аналитических работ в области информационной безопасности и программной инженерии, на основе опыта работы с существующими системами и анализа защищенности.

Ограниченность объемов ресурсов встроенного устройства обуславливает вытекающую из этого сложность применения традиционных средств защиты. При этом ограничения на ресурсы возникают вследствие, как технологических ограничений — в результате сложности встраивания мощных вычислительных, коммуникационных и энергоэффективных модулей [5, с. 106] в небольшое по размерам устройство, так и требований рынка встроенных устройств, который диктует необходимость выпуска большого числа недорогих и защищенных устройств. На практике данное требование сводится к достижению разработчиком некоторого разумного компромисса между безопасностью, функциональностью, производительностью и стоимостью, а также другими учитываемыми характеристиками устройств [4, с. 370], [6, с. 104].

Специфичные наборы атак на встроенное устройство и его сервисы обуславливают необходимость индивидуальной разработки системы защиты для каждого его типа и сценария использования [7, с. 3] на основе знаний в предметной области проектирования и защиты встроенных устройств.

Свойство автономности устройств непосредственно связано, во-первых, с объемами энергоресурсов, доступных устройству [9, с. 518];

во-вторых, временными интервалами, на протяжении которых возобновление энергоресурсов затруднено или практически невозможно и, в-третьих, непосредственно потребностью устройства и его системы защиты в энергоресурсах [8, с. 193]. Таким образом, разработка систем защиты для формирования защищенных встроенных устройств должна базироваться на существующих алгоритмах защиты и учитывать специфику встроенных устройств с использованием модели знаний о встроенном устройстве.

Предлагаемая модель знаний включает иерархические структуры свойств защиты («деревья свойств»), которые уточняются экспертом в области информационной безопасности и используются разработчиками устройств при построении и анализе требований. Функциональные свойства защиты представляют собой бинарные величины, определяющие наличие или отсутствие некоторой защитной функционала устройства, например, контроля аутентичности данных с использованием удаленной аттестации, защищенного хранения криптографических ключей или механизма безопасного обновления программных модулей устройства [2, с. 39]. При этом функциональные свойства защиты подразделяются на базовые — определяемые реализацией некоторой функциональности, характерной широкому кругу встроенных устройств и сценариев их использования, и специфичные — свойства, которые задаются в рамках определенных проблемно-предметных доменов. На рисунке 1 приведен фрагмент дерева функциональных свойств защиты.

К нефункциональным свойствам относятся численные характеристики программно-аппаратных компонентов защиты устройства, такие как энергопотребление, минимальная пропускная способность коммуникационного канала, требуемой для работы некоторого компонента и другие.

Конкретные правила использования знаний, являющиеся также частью предлагаемой модели, базируются на следующей цепочке: {функциональные и нефункциональные свойства защиты} → {требования к системе защиты} → {шаблоны защиты} → {компоненты защиты и их атрибуты} → {настройки системы защиты}. В практическом плане на основе подобных древовидных структур решается комплексная задача по разработке онтологий с использованием среды моделирования Protégé, которые в свою очередь могут служить основой для разработки программных средств автоматизации проектирования систем и компонентов защиты встроенных устройств.

Доменно-специфичные представления для проектирования систем защиты встроенных устройств включают формальную

спецификацию компонентов защиты и отношений между ними с учетом имеющихся угроз информационной безопасности и категорий нарушителей в терминах функциональных и не функциональных свойств защиты и их атрибутов. На рисунке 2 приведен фрагмент доменно-специфичного описания для свойств защиты сетевой передачи данных между устройствами системы удаленного автоматизированного контроля расхода электроэнергии потребителями.

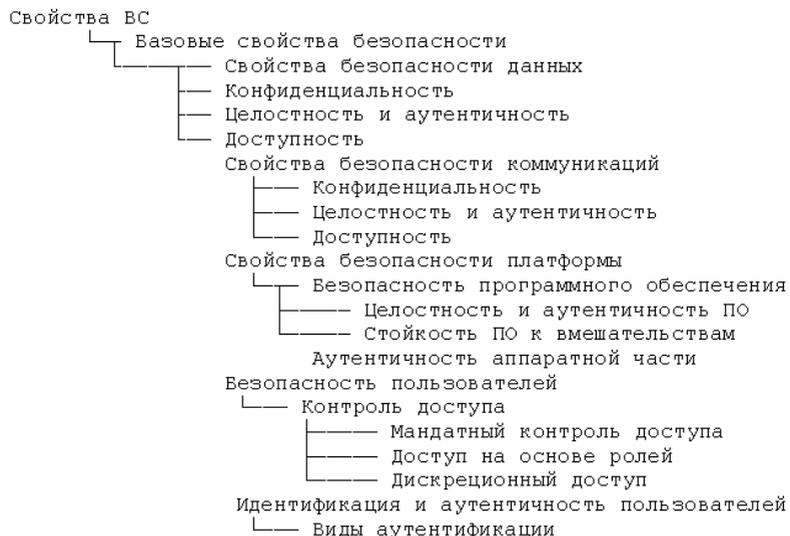


Рисунок 1. фрагмент дерева функциональных свойств защиты

Модель знаний о безопасности встроенных устройств, включающая, требования, компоненты и настройки защиты, угрозы, а также типы и уровни возможного нарушителя в качестве системы экспертных знаний предназначена для ее использования разработчиками встроенных устройств на этапе проектирования [1, с. 26]. В силу слабой структуризацией области знаний информационной безопасности встроенных устройств использование предложенной модели разработчиками встроенных устройств будет способствовать повышению защищенности конечных продуктов и сервисов за счет применения знаний, полученных на экспертном уровне.

Ведение модели знаний в процесс разработки систем со встроенными устройствами направлено также на делегирование части обязанностей экспертов непосредственно разработчикам в виде применения

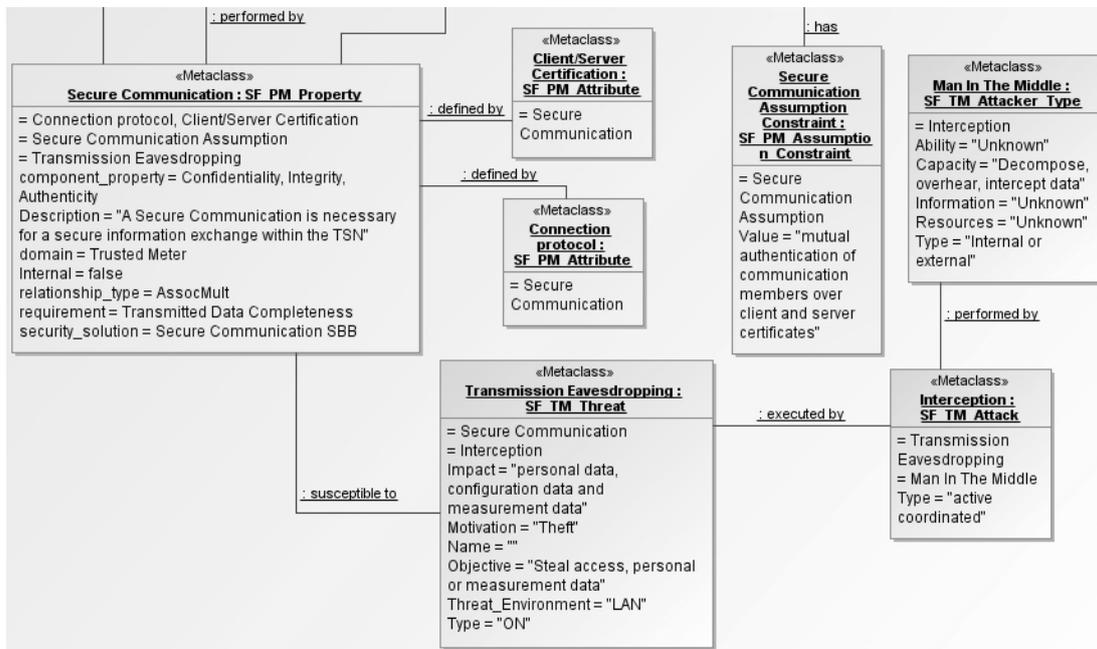


Рисунок 2. Пример доменно-специфичные представления

ими специализированных, в том числе автоматизированных методик и инструментов проектирования, тестирования и оценки на базе имеющихся экспертных знаний в предметной области, знаний о конкретных индустриальных системах и удачных решениях для них.

Использование модели знаний будет способствовать более эффективной организации процесса разработки систем защиты семейств устройств, имеющих общую базовую функциональность, но отличающихся специфичными деталями и расширениями, определяющими особенности эксплуатации устройства и его стоимость. При этом использование модели знаний в рамках каждого проблемно-предметного домена позволит сократить количество итераций и продолжительность процесса разработки за счет адаптации уже имеющихся знаний с учетом специфики конкретных устройств.

Список литературы:

1. Десницкий В.А., Котенко И.В. Защита программного обеспечения на основе механизма «удаленного доверия» // Изв. вузов. Приборостроение. — Т. 51. — № 11. — С. 26—30. — 2008.
2. Десницкий В.А., Котенко И.В. Комбинированная защита программного обеспечения от несанкционированных воздействий // Изв. вузов. Приборостроение. — Т. 53. — № 11. — С. 36—41. — 2010.
3. Busnel P, Giroux S. Security, Privacy, and Dependability in Smart Homes: A Pattern Catalog Approach // Ref. Libr. LNCS. Vol. 6159. — P. 24—31.
4. English T, Keller M., Man K.L., Popovici E., Schellekens M., Marnane W.A low-power pairing-based cryptographic accelerator for embedded security applications // Ref. Libr. IEEE. P. 369—372. 2009.
5. Karakehayov Z., Vassev E. Energy Efficiency with Runtime Models for Energy-aware Embedded Systems // Ref. Libr. IEEE. P. 106—111. 2011.
6. Saputra H., Ozturk O., Vijaykrishnan N., Kandemir M., Brooks R. A data-driven approach for embedded security // Ref. Libr. IEEE. P. 104—109. 2005.
7. Sastry J.K.R., Bhanu J.S., Subbarao K. Attacking embedded systems through fault injection // Ref. Libr. P. 1—5. 2011.
8. Simunic T., Benini L., De Micheli G., Hans M. Source code optimization and profiling of energy consumption in embedded systems // Ref. Libr. P. 193—198. 2000.
9. Tan T.K., Raghunathan A., Jha N.K. Embedded operating system energy analysis and macro-modeling // Ref. Libr. IEEE. P. 515—522. 2002.
10. Ukil A., Sen J., Koilakonda S. Embedded security for Internet of Things // Ref. Libr. P. 1—6. 2011.

СЕКЦИЯ 3.

ФИЗИКА

3.1. МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПЛАЗМЫ

ПОСТРОЕНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ СЕТОК ОКОЛО КРЫЛА С КРУТКОЙ ДЛЯ РАСЧЕТА ТРАНСЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ

Рябинин Анатолий Николаевич

д-р физ.-мат. наук, гл. научн. сотр.

Санкт-Петербургского государственного университета,

РФ, г. Санкт-Петербург

E-mail: a_ryabinin@front.ru

GENERATION OF 3D MESHES NEAR THE TWISTED WING FOR CALCULATION OF TRANSONIC FLOW

Ryabinin Anatoly

D.Sc, Principal Researcher,

St. Petersburg State University,

Russia, St. Petersburg

Настоящая работа поддержана РФФИ, грант № 13-08-00288. Исследования были проведены с использованием вычислительных ресурсов Ресурсного Центра "Вычислительный центр СПбГУ" (<http://cc.spbu.ru>).

АННОТАЦИЯ

Описан алгоритм построения трехмерной расчетной сетки для расчета обтекания крыльев, использующей вытянутые вдоль размаха крыла элементы. Приведен пример расчета трансзвукового обтекания сегмента крыла J78 с круткой.

ABSTRACT

An algorithm for generation a three-dimensional grid is described for the calculation of flow past the wings, using elongated spanwise elements. An example of calculation of transonic flow past the segment of J78 twisted wing is presented.

Ключевые слова: численный расчет; крыло; транзвуковое течение; построение сетки.

Keywords: numerical calculation; wing; transonic flow; mesh generation.

В расчете трехмерных течений газа важной проблемой является уменьшение размера (количества элементов) расчетных сеток, что позволяет экономить вычислительные ресурсы и время расчета. Есть течения, в которых параметры потока меняются вдоль некоторого направления слабее, чем в других направлениях. В этом случае представляется возможным увеличивать размер ячеек расчетной сетки вдоль этого направления, тем самым уменьшая количество ячеек. Этот прием используется, например, при моделировании пограничного слоя, в котором скорость газа резко возрастает с увеличением расстояния до обтекаемой поверхности, в то время как вдоль поверхности скорость изменяется значительно слабее. Другим примером практически важного случая является крыло самолета. Параметры потока меняются вдоль крыла значительно слабее, чем поперек, поэтому применение элементарных ячеек, вытянутых вдоль размаха крыла, может существенно уменьшить размер расчетной сетки [1].

В настоящей работе описан алгоритм построения сеток для расчета обтекания крыла с шестигранными ячейками в области пограничного слоя и пятигранными ячейками в остальной части расчетной области. Размер ячеек может меняться вдоль размаха крыла по любому заданному закону, например, сетка может сгущаться в концевой области. Крыло самолета, как правило, имеет кривую, то есть локальный угол наклона хорды крыла меняется вдоль размаха. Он максимален в корневой части крыла и минимален в концевой части.

За основу при построении трехмерной сетки берется двумерная сетка (структурированная или неструктурированная). Пространственные элементы строятся экструдированием (продавливанием) двумерной сетки в направлении вдоль размаха крыла с поворотом на малый угол, соответствующий кривке крыла области расчетной

сетки, примыкающей к крылу. Таким образом, сетка конструируется на основе параллельного переноса исходной двумерной сетки с одновременной ее деформацией. Область сетки радиуса r_1 , содержащая крыловой профиль, поворачивается на некоторый угол $\Delta\varphi$ вокруг начала координат, находящегося внутри профиля, область сетки, находящаяся за пределами окружности $r > r_2$ не деформируются, а узлы сетки, попадающие в кольцо $r_1 < r < r_2$, поворачиваются на угол $(r_2 - r)\Delta\varphi/(r_2 - r_1)$.

Программа, реализующая описанный алгоритм, написана на языке Паскаль. Исходные двумерные сетки построены с помощью свободно распространяемого пакета Gmsh [4], позволяющего сохранять построенную сетку в большом количестве форматов. В качестве входного был выбран формат SU2 [3]. На выходе трехмерная расчетная сетка записывается в формате TGrid [6], используемом в пакете ANSYS [2].

В качестве примера ниже приводятся результаты расчета трансзвукового трехмерного обтекания сегмента крыла J78 [5]. Методом конечных объемов решались уравнения Навье-Стокса, осредненные по Рейнольдсу. Принята модель турбулентности k- ω SST. Расчеты проводились с помощью пакета ANSYS CFX [2]. Исходная двумерная гибридная расчетная сетка, имеющая линзообразную форму, представлена на рис. 1.

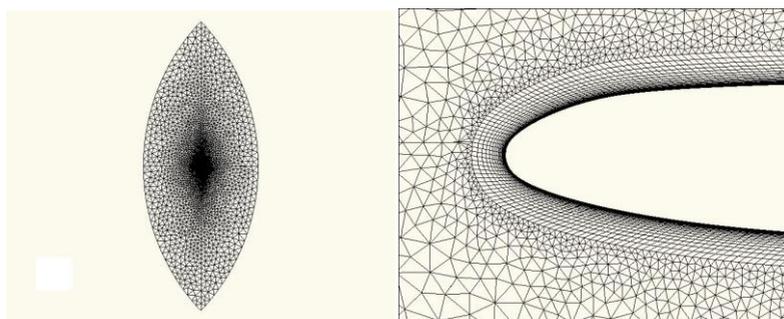


Рисунок 1. Исходная двумерная расчетная сетка, содержащая 33664 элемента. Слева — общий вид, справа — фрагмент сетки вблизи носика профиля

Расчетная область ограничена двумя дугами окружности, на одной из дуг задаются входные граничные условия (число Маха, направление скорости набегающего потока, температура потока), на другой — среднее давление. Температура и давление соответствуют

параметрам стандартной атмосферы на высоте 10 км. Размеры расчетной области по горизонтали 80 хорд профиля, по вертикали — 200 хорд. Двумерные расчеты обтекания профиля J78 дают, что при фиксированном числе Маха $M = 0,84$ увеличение угла атаки приводит к перестройке конфигурации сверхзвуковых зон, примыкающих к верхней поверхности профиля при некотором значении $\alpha = -0.82^\circ$. Две сверхзвуковые зоны сливаются в одну, при этом скачком увеличивается подъемная сила. Обратный процесс (уменьшение угла атаки) сопровождается расщеплением упомянутой сверхзвуковой зоны на две и скачкообразным уменьшением подъемной силы при $\alpha = -0.84^\circ$.

На рис. 2 приведен результат расчета трансзвукового обтекания сегмента крыла с круткой, концы которого имеют углы атаки $\alpha_1 = -2,21^\circ$ и $\alpha_2 = -0,49^\circ$. Длина сегмента крыла равна 4 хордам. Таким образом, расчетный объем представляет собой цилиндр с линзообразным основанием. На торцах цилиндра накладывается условие симметрии. Граничное значение угла атаки, при котором происходит слияние или расщепление сверхзвуковых зон, примыкающих к верхней поверхности в плоской задаче обтекания профиля находится внутри диапазона (α_1, α_2) . Однако расчет дает две сверхзвуковые зоны на всем протяжении сегмента. Форма сверхзвуковых зон и расстояние между ними зависят от локального угла атаки.

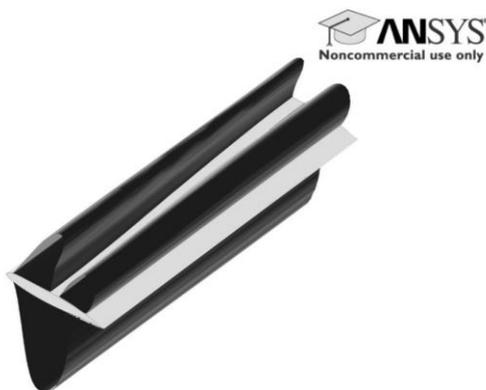


Рисунок 2. Конфигурация сверхзвуковых зон, примыкающих к крыловому сегменту

В указанном примере число слоев расчетной сетки вдоль крыла равно 20, а общее число элементов сетки составляет 673280 элементов. Увеличение числа слоев в два раза не меняет формы и расположения сверхзвуковых зон, аэродинамические коэффициенты изменяются незначительно.

Таким образом, предлагаемый алгоритм позволяет строить сетки для расчета трансзвукового обтекания крыльев с круткой, имеющие вытянутые вдоль крыла ячейки. Такие сетки имеют относительно небольшой размер и вместе с тем позволяют прогнозировать трехмерные эффекты обтекания.

Список литературы:

1. Богатырев В.В. Алгоритм построения экструзивных объемных сеток около крыла самолета // Ученые записки ЦАГИ. — 2012. — Т. 43. — № 1. — С. 71—79.
2. ANSYS CFX-Solver Modeling Guide. Release 13.0. Canonsburg: ANSYS, Inc., 2010. — 604 p.
3. Copellan S. Users Guide SU2. [Электронный ресурс]. — Режим доступа. — URL: <http://adl-public.stanford.edu/docs/display/SUSQUARED/User%27s+Guide> (дата обращения: 10.08.14).
4. Geuzaine Ch., Remacle J.-F. Gmsh Reference Manual 2014 — 278 p. [Электронный ресурс]. — Режим доступа. — URL: <http://geuz.org/gmsh/doc/texinfo/gmsh.pdf> (дата обращения: 10.08.14).
5. Kuzmin A. Non-unique transonic flows over airfoils // Computers and Fluids. — 2012. — Vol. 63. — P. 1—8.
6. TGrid 5.0 User's Guide. ANSYS, Inc. 2008. — 281 p. [Электронный ресурс]. — Режим доступа. — URL: <https://www.sharcnet.ca/Software/TGrid/pdf/ug/tgrid50-ug.pdf> (дата обращения: 10.08.14).

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИФРАКЦИИ ВОЛН НА ПОВЕРХНОСТИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ КРУГОВЫМ ЦИЛИНДРОМ

Сычева Елена Михайловна

*лаборант кафедры математического моделирования
Института Математики и Компьютерных Наук
Тюменского Государственного Университета,
магистрант кафедры математического моделирования
Тюменского государственного университета,
РФ, г. Тюмень
E-mail: sychovaelena92@gmail.com*

MODELING OF THE WAVE DIFFRACTION ON THE VISCOUS LIQUID SURFACE BY A ROUND CYLINDER

Sycheva Elena

*a laboratory assistant of the Mathematical Modeling
Department, Institute of Mathematics and Computer Science,
Tyumen State University,
a Master student of the Mathematical Modeling
Department, Tyumen State University,
Russia, Tyumen*

АННОТАЦИЯ

Рассматривается движение жидкости, вызванное взаимодействием набегающей гравитационной волны, распространяющейся на поверхности слоя вязкой несжимаемой жидкости, с круговым цилиндром бесконечной длины. Получено решение задачи для колебаний малой амплитуды.

ABSTRACT

We shall consider the motion of liquid, caused by the interaction of incoming gravitational wave, spreading on the surface of the viscous incompressible liquid coat with an infinitely long round cylinder. The problem was solved for the case of small oscillations.

Ключевые слова: дифракция; вязкость; волновые движения жидкости.

Keywords: diffraction; viscosity; wave motion of liquid.

В области занятой жидкостью, выполняются уравнение неразрывности и уравнения движения:

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right] = \mu \Delta \mathbf{v} - \nabla P + \rho \mathbf{g},$$

где: $\mathbf{v} = (u, v, w)$ — вектор скорости,
 ρ — плотность,
 P — давление,
 μ — динамический коэффициент вязкости,
 \mathbf{g} — вектор силы тяжести.

При заглублиении скорость жидкости должна затухать, т. е. выполнено условие

$$\mathbf{v} \rightarrow 0, z \rightarrow -\infty.$$

На свободной поверхности $z = \xi(t, x, y)$ задаются кинематическое условие [1]

$$w = \frac{\partial \xi}{\partial t} + u \frac{\partial \xi}{\partial x} + v \frac{\partial \xi}{\partial y},$$

и динамические условия [2]

$$\mu e_{ij} t_i n_j = 0, P - 2\mu e_{ij} n_i n_j = p_a$$

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), v_1 = u, v_2 = v, v_3 = w, x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z.$$

Здесь p_a — постоянное атмосферное давление.

На поверхности цилиндра S в случае вязкой жидкости должно выполняться условие прилипания:

$$u = 0, v = 0, w = 0, (x, y, z) \in S.$$

Будем рассматривать колебания с амплитудой весьма малой по сравнению с длиной волны. Тогда система уравнений и граничных условий примет вид:

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \frac{\partial v}{\partial t} = \nu \Delta \mathbf{v} - \frac{1}{\rho} \nabla p, \quad (1)$$

$$w = \frac{\partial \xi}{\partial t}, \frac{p}{\rho} - g\xi - 2\nu \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0, z = 0, \quad (2)$$

$$u = 0, v = 0, w = 0, (x, y, z) \in S, \quad (3)$$

$$\mathbf{v} \rightarrow 0, z \rightarrow -\infty, \quad (4)$$

где: $p = P + \rho g z - p_a$ — динамическое давление,

$\nu = \frac{\mu}{\rho}$ — кинематический коэффициент вязкости.

Решение задачи необходимо искать в виде суммы потенциальной и вихревой составляющей. Исходя из этого, представим скорость в виде [3]:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_1 = \nabla \varphi, \mathbf{v}_2 = \operatorname{rot} \boldsymbol{\psi}$$

где: φ — потенциал,

$\boldsymbol{\psi}$ — векторная функция тока.

Тогда применяя к уравнениям (1) операции div и rot их можно свести к системе уравнений

$$\Delta \varphi = 0, p = -\frac{\partial \varphi}{\partial t}, \frac{\partial \boldsymbol{\psi}}{\partial t} - \nu \Delta \boldsymbol{\psi} = 0.$$

Применяя операции дифференцирования к уравнениям для функции φ и компонент векторной функции $\boldsymbol{\psi}$, получим уравнения для вертикальной составляющей скорости $w = w_1 + w_2$ ($w_1 = \frac{\partial \varphi}{\partial z}, w_2 = \frac{\partial \psi_2}{\partial x} - \frac{\partial \psi_1}{\partial y}$)

$$\Delta w_1 = 0, \frac{\partial w_2}{\partial t} - \nu \Delta w_2 = 0. \quad (5)$$

Граничные условия (2) с помощью операций дифференцирования и уравнений (1) преобразуются к виду

$$\frac{\partial^3 w}{\partial t^2 \partial z} - \nu \left(3 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 3 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial z} - g \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0, z = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0, z = 0. \quad (7)$$

Из условия (3) получим

$$w = 0, (x, y, z) \in S, \quad (8)$$

а из условия затухания волнового движения при заглублении (4):

$$w \rightarrow 0, z \rightarrow -\infty. \quad (9)$$

Таким образом, исходная волновая задача сведена к задаче для вертикальной составляющей скорости (5)—(9).

Волновое движение жидкости для свободной волны, не искаженной препятствием, описывается следующими функциями [4]

$$\begin{aligned} u &= \cos\alpha(ikAe^{kz} - lCe^{lz})e^{ik(x\cos\alpha+y\sin\alpha)+\omega t}, \\ v &= \sin\alpha(ikAe^{kz} - lCe^{lz})e^{ik(x\cos\alpha+y\sin\alpha)+\omega t}, \\ w &= (kAe^{kz} + ikCe^{lz})e^{ik(x\cos\alpha+y\sin\alpha)+\omega t}, \\ p &= -\rho\omega Ae^{kz}e^{ik(x\cos\alpha+y\sin\alpha)+\omega t}, \xi = \frac{ikA - lC}{\omega}e^{ik(x\cos\alpha+y\sin\alpha)+\omega t}, \end{aligned}$$

где: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число,

$$\lambda — \text{длина волны, } l^2 = k^2 + \frac{\omega}{\nu}, C = \frac{2ivk^2A}{\omega + 2vk^2},$$

α — направление распространения волны, отсчитываемое от оси x в горизонтальной плоскости,

ω — комплексная частота, для которой получено дисперсионное уравнение

$$(\omega + 2vk^2)^2 + gk = 4v^2k^4 \sqrt{\frac{\omega}{\nu k^2} + 1}.$$

Далее будем рассматривать дифракцию набегающей волны круговым цилиндром с вертикальными образующими. Функции w_1 и w_2 будем искать в виде

$$w_1 = kAe^{kz+\omega t}\tilde{F}(x, y), w_2 = ikCe^{lz+\omega t}\tilde{F}(x, y).$$

Выражения для функций u, v, p и ξ через \tilde{F} примут следующий вид:

$$\begin{aligned} u &= -k\cos^2\alpha(kAe^{kz} + ilCe^{lz})e^{\omega t} \int \tilde{F}(x, y)dx, \\ v &= -k\sin^2\alpha(kAe^{kz} + ilCe^{lz})e^{\omega t} \int \tilde{F}(x, y)dy, \end{aligned}$$

$$p = -\rho\omega A e^{kz} e^{\omega t} \tilde{F}(x, y), \xi = \frac{ikA - lC}{\omega} e^{\omega t} \tilde{F}(x, y).$$

Из уравнений (5) вытекает следующее уравнение Гельмгольца для функции \tilde{F}

$$\frac{\partial^2 \tilde{F}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{F}}{\partial y^2} + k^2 \tilde{F} = 0.$$

Условия (6), (7) и (9) при таком представлении для w_1 и w_2 выполняются, а из условия (8) следует условие для \tilde{F}

$$\tilde{F} = 0, (x, y) \in L,$$

где L — контур сечения препятствия горизонтальной плоскостью.

Функцию \tilde{F} можно представить в виде

$$\tilde{F} = F_\infty + F,$$

где первое слагаемое $F_\infty = e^{ik(x\cos\alpha + y\sin\alpha)}$ соответствует набегающей волне, а второе характеризует возмущенное движение жидкости.

Уравнение Гельмгольца для определения функции F и условие на контуре L в полярных координатах принимают вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial F}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + k^2 F = 0, \quad (10)$$

$$e^{ikR\cos(\theta-\alpha)} + F(R, \theta) = 0, \quad (11)$$

где R — радиус цилиндра.

Функция F , как решение уравнения Гельмгольца, должна также удовлетворять условию излучения в форме [5]

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} (F_r - ikF) = 0, \lim_{r \rightarrow \infty} F = 0.$$

Решение уравнения (10) будем искать с помощью метода разделения переменных, представив неизвестную функцию в виде

$$F(r, \theta) = X(r)Y(\theta).$$

Подставив последнее выражение в уравнение и проведя разделение переменных, получим уравнения

$$\begin{aligned} r^2 X_{rr} + r X_r + (k^2 r^2 - m) X &= 0, \\ Y_{\theta\theta} + \lambda Y &= 0, \end{aligned}$$

где m — константа разделения.

Решение второго уравнения, удовлетворяющее условию периодичности по θ и условию симметрии относительно α , имеет вид

$$Y = \cos n(\theta - \alpha),$$

где $n = \sqrt{m}$ — целое число.

Условию излучения удовлетворяет функция Ханкеля первого рода

$$X = H_n^{(1)}(kr), n = 0, 1, 2, \dots$$

Тогда функция F примет вид

$$F = \sum_{n=0}^{\infty} C_n H_n^{(1)}(kr) \cos n(\theta - \alpha).$$

Коэффициенты C_n определим из условия (11). Для этого используем разложение [6]

$$e^{ikR \cos(\theta - \alpha)} = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(kR) \cos n(\theta - \alpha),$$

где $J_n(kr)$ — функция Бесселя первого рода, $\varepsilon_n = \begin{cases} 1, n = 0, \\ 2, n \geq 1. \end{cases}$

Тогда получим

$$C_n = -\varepsilon_n i^n \frac{J_n(kR)}{H_n^{(1)}(kR)}.$$

В случае малого значения числа kR (длина волны много больше радиуса цилиндра) условие на контуре L можно записать в виде

$$F(R, \theta) = -1 - ikR \cos(\theta - \alpha).$$

Тогда функция \tilde{F} , определяющая суммарное волновое поле, равна

$$\tilde{F} = e^{ikr \cos(\theta - \alpha)} - \frac{H_0^{(1)}(kr)}{H_0^{(1)}(kR)} - ikR \frac{H_1^{(1)}(kr)}{H_1^{(1)}(kR)} \cos(\theta - \alpha).$$

Список литературы:

1. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Физматгиз, 1963. — 728 с.
2. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973. — 792 с.
3. Баринов В.А., Басинский К.Ю. Моделирование волновых движений вязкой жидкости // Вестник Тюмен. ун-та. — 2009. — № 6. — С. 144—151.
4. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. — 700 с.
5. Кочин Н.Е. Собр. Соч. Т. 2. М.; Л., 1949, — 305 с.
6. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1963. — 1100 с.

СЕКЦИЯ 4.

БИОЛОГИЯ

4.1. ЗООЛОГИЯ

АНАЛИЗ МЕЖПОПУЛЯЦИОННОЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ МОРФОМЕТРИЧЕСКИХ ПРИЗНАКОВ СЕРЕБРЯНОГО КАРАСЯ

Левых Алёна Юрьевна

*доцент кафедры биологии, географии и методик их преподавания,
Филиал ФГБОУ ВПО «Тюменский государственный университет»,
РФ, г. Ишим
E-mail: aljurlev@mail.ru*

Усольтцева Юлия Александровна

*студент 3 курса факультета математики, информатики
и естественных наук,
Филиал ФГБОУ ВПО «Тюменский государственный университет»,
РФ, г. Ишим
E-mail: usoltseva92@mail.ru*

ANALYSIS OF INTERPOPULATION VARIABILITY OF MORPHOMETRIC FEATURES OF A GOLDEN CARP

Alena Levykh

*associate professor of Department of Biology, Geography and its Teaching
Methods, Affiliate of FSBEI HVE Tyumen State University,
Russia, Ishim*

Yulia Usoltseva

*3rd year student of Department of Mathematics, Informatics and Sciences,
Affiliate of FSBEI HVE Tyumen State University,
Russia, Ishim*

АННОТАЦИЯ

Исследована межпопуляционная изменчивость морфометрических признаков серебряного карася в озёрах Травное (Ишимский район) и Большое Рямовое (Омутинский район) Тюменской области. Методом одномерного статистического анализа установлено, что выборка из озера Травное характеризуется более крупными размерами тела. В обеих популяциях выявлен высокий уровень изменчивости общих размеров и пропорций тела, что указывает на высокую пластичность и высокий адаптационный потенциал популяций.

ABSTRACT

Interpopulation variability of morphometric features of a golden carp in Travnoye (Ishimsky District) and Bolshoye Ryamovoye lakes (Omutinsky District) of Tyumen Oblast has been examined. It has been found by the method of univariate statistical analysis that the selection from Travnoye lake is characterized by bigger body dimensions. High level of variability of overall body dimensions and proportions has been detected in both populations, which indicates high plasticity and high adaptation potential of populations.

Ключевые слова: популяция; выборка; возрастные группы; серебряный карась; морфометрические признаки; межпопуляционная изменчивость; коэффициент вариации; дисперсия; среднее квадратическое отклонение; водная экосистема; биоиндикация.

Keywords: population; selection; age groups; golden carp; morphometric features; interpopulation variability; code of variability; dispersion; mean-square deviation; aquatic ecosystem; bioindication.

Морфометрические признаки рыб являются одним из основных индикаторов состояния популяций рыб в водных экосистемах. На морфологические признаки рыб влияют факторы среды обитания, в том числе антропогенное загрязнение окружающей среды [5, с. 230]. Не менее важным фактором является также видовое разнообразие водной экосистемы и взаимосвязи её обитателей. Например, Н.Г. Ковальский [6, с. 90] отмечает, что повышенное значение изменчивости морфометрических признаков у золотого карася может быть ориентировано на увеличение выживаемости молодых особей в исследуемом водоеме или отражает особенности роста и развития молодых возрастных групп. Серебряный карась (*Carassius carassius* Gibelio) является самым распространённым видом рыб в водоёмах Тюменской области, поэтому имеет биоиндикаторное значение. Однако в литературе встречаются лишь фрагментарные сведения о состоянии

популяций отдельных видов рыб в водоёмах юга Тюменской области и Приишимья [1, с. 64; 4; 7, с. 28; 9, с. 611; 10, с. 170; 12, с. 106].

Отсутствие полномасштабных системных исследований состояния популяций рыб в водоёмах данной территории обосновывает актуальность изучения межпопуляционной изменчивости морфометрических признаков серебряного карася. Цель данной работы: анализ межпопуляционной изменчивости морфометрических признаков серебряного карася. Задачи: 1) изучить представительные выборки серебряного карася в оз. Травное и оз. Большое Рямовое; 2) определить пол и возраст отловленных особей; 3) провести стандартное морфометрическое обследование рыб; 4) провести биометрическую обработку полученных данных и межпопуляционное сравнение изученных признаков между одноименными возрастными выборками из озёр Травное и Большое Рямовое.

Материалы и методы исследования

Материалом для данной работы послужили выборки серебряного карася из озёр Травное Ишимского района и Большое Рямовое Омутинского района Тюменской области (по 30 экземпляров из каждого), отловленные в сентябре-октябре 2013 года.

Озеро Большое Рямовое площадью 2,6 км² располагается в 7,7 км на северо-запад от села Вагай Омутинского района. Наибольшая глубина — 3,5 м отмечена в 200 м от южного берега. Наблюдается активный процесс заболачивания прибрежной зоны озера.

Озеро Травное площадью около 6,5 км² располагается в 475 м к востоку от села Новотравное (Ишимский район). Относительная площадь открытого водного зеркала составляет около 4,5 км². Наибольшая глубина — 5 м отмечена в центре озера. Берега в основном заросли прибрежно-водной растительностью. Озеро расположено в непосредственной близости от населённого пункта, и в него осуществляется как не преднамеренный, так и преднамеренный сток загрязняющих веществ различного происхождения.

У обследуемых рыб по кольцам прироста на чешуе определяли относительный возраст. Из каждого озера были выделены и изучены по четыре возрастных группы: четырёхлетки; пятилетки; шестилетки и семилетки.

Согласно рисунку 1 у каждой рыбы измерили 18 морфометрических признаков, отражающих общие размеры и пропорции тела [11, с. 96—103].

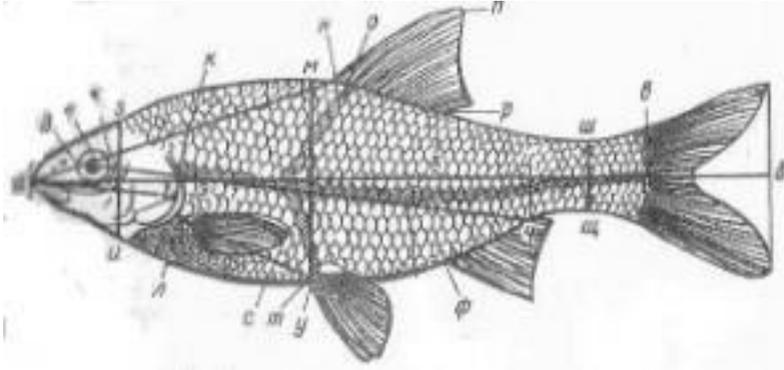


Рисунок 1 Схема промеров рыбы: признаки: (а-б) — длина всей рыбы; (а-в) — длина тела; (а-к) — длина головы; (д-ж) — диаметр глаза; (м-т) — наибольшая высота тела; (ш-щ) — наименьшая высота тела; (з-и) — высота головы у затылка; (а-д) — длина рыла; (д-ж) — диаметр глаза; (ж-к) — заглазничное пространство; (а-г) — длина головы; (а-н) — антедорсальное расстояние; (р-в) — постдорсальное расстояние; (н-р) — длина основания спинного плавника; (о-п) — наибольшая высота спинного плавника; (л-с) — длина грудных плавников; (л-у) — расстояние между грудным и брюшным плавниками; (у-ф) — расстояние между брюшным и анальным плавниками; (ц-в) — длина хвостового стебля

Произвели одномерный статистический анализ выборочной совокупности. С помощью критериев Стьюдента (t) и Фишера (F) провели сравнения между одновозрастными выборками из озер Травное и Большое Ярмовое по всем анализируемым признакам [2, с. 7—9; 8, с. 97—100; 11, с. 96—103].

Результаты исследования и их обсуждение

Сравнение выборок серебряного карася из озёр Травное и Большое Ярмовое по среднему арифметическому значению морфометрических признаков:

Между выборками четырёхлеток из озёр Б. Ярмовое и Травное обнаружены достоверные различия по длине рыла (а-д) и антедорсальному расстоянию (а-н), причем выборка из озера Травное характеризуется большими значениями указанных признаков (рис. 2).

Между выборками пятилеток из оз. Б. Ярмовое и Травное отмечены достоверные различия по наибольшей высоте тела (м-т),

расстоянию между грудными и брюшными плавниками (л-у), высоте головы у затылка (з-и). Травнинская выборка характеризуется большими значениями указанных признаков, чем большерямовская (рис. 3).

В сравниваемых выборках шестилеток из озёр Б. Рямовое и Травное выявлены достоверные различия по массе тела, длине головы (а-к), длине основания спинного плавника (н-р), расстоянию между брюшными и анальными плавниками (у-ф), наибольшей высоте тела (м-т), постдорсальному расстоянию (р-в), длине грудных плавников (л-с). Травнинская выборка отличается от большерямовской большими значениями массы тела, длины основания спинного плавника, расстояния между брюшными и анальными плавниками, наибольшей высотой тела, длиной грудных плавников, а также значимо меньшими значениями длины головы, постдорсальным расстоянием (рис. 4).

При сравнении выборок семилеток из озёр Большое Рямовое и Травное по средней арифметической (x_{cp}) между ними отмечены статистически значимые различия по промысловой длине (а-в) и антедорсальному расстоянию (а-н). Выборка из оз. Травное характеризуется меньшей длиной тела, но большим антедорсальным расстоянием, чем выборка из озера Большое Рямовое (рис. 4).

Таким образом, разные возрастные группы серебряного карася из травнинской популяции отличаются большими значениями большинства признаков от таковых большерямовской популяции. Только травнинская выборка шестилеток характеризуется меньшими относительно большерямовской значениями длины головы, постдорсальным расстоянием, и выборка семилеток — меньшей длиной тела. Всё это указывает на то, что караси травнинской популяции в целом более крупные, чем большерямовской и имеют отличительные пропорции.

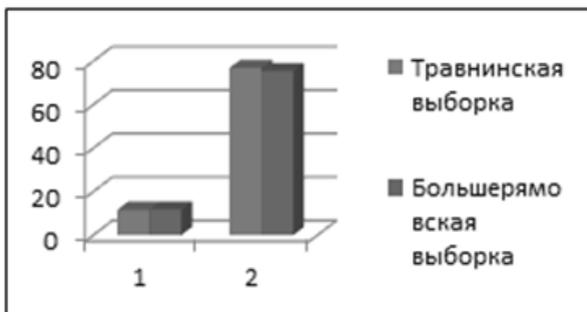


Рисунок 2. Сравнение четырехлеток: 1) а-д, 2) а-н

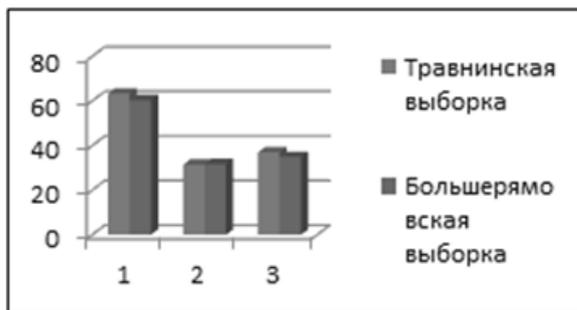


Рисунок 3. Сравнение пятилеток: 1) м-т, 2) л-у, 3) з-и

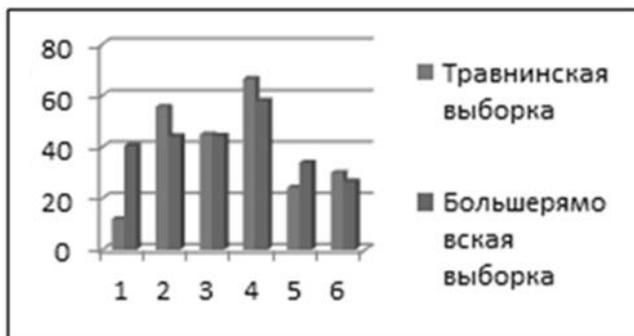


Рисунок 4. Сравнение шестилеток: 1) а-к, 2) н-р, 3) у-ф, 4) м-т, 5) р-в, 6) л-с

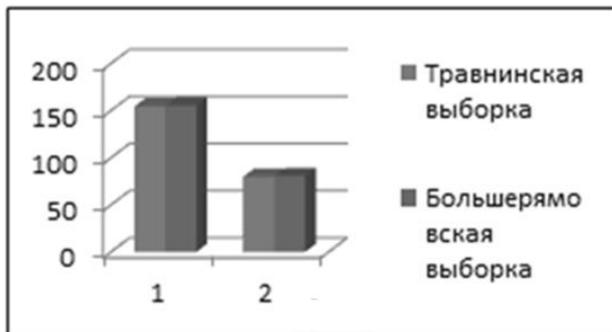


Рисунок 5. Сравнение семилеток: 1) а-в, 2) а-н

Сравнение выборок из озёр Травное и Большое Рямовое по среднему квадратическому отклонению (сигме) (σ):

В сравниваемых выборках четырёхлеток из оз. Травное и Б. Рямовое обнаружены достоверные различия по сигме заглазничного пространства (ж-к), антедорсального расстояния (а-н), расстояния между грудными и брюшными плавниками (л-у), длины хвостового стебля (ц-в). По всем указанным признакам большими значениями характеризуется выборка из озера Травное (рис. 6).

В выборках пятилеток из озёр Травное и Большое Рямовое выявлены достоверные различия только по сигме расстояния между брюшным и анальным плавниками (у-ф). По указанному признаку большерямовская выборка имеет больший показатель (рис. 7).

Между выборками шестилеток из озёр Травное и Рямовое достоверных различий по среднему квадратическому отклонению исследуемых признаков не выявлено.

При сравнении выборок семилеток из озёр Травное и Б. Рямовое выявлены достоверные различия по сигме длины рыб (а-б), длины тела (а-в), расстояния между грудными и брюшными плавниками (у-ф), длины хвостового стебля (ц-в). При этом большими значениями указанных признаков характеризуется выборка из озера Травное (рис. 8).

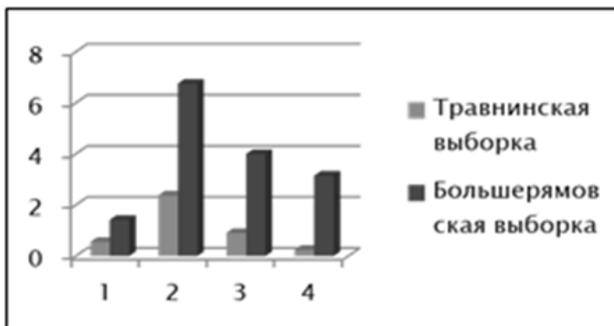


Рисунок 6. Сравнение четырехлеток: 1) ж-к, 2) а-н, 3) л-у, 4) ц-в

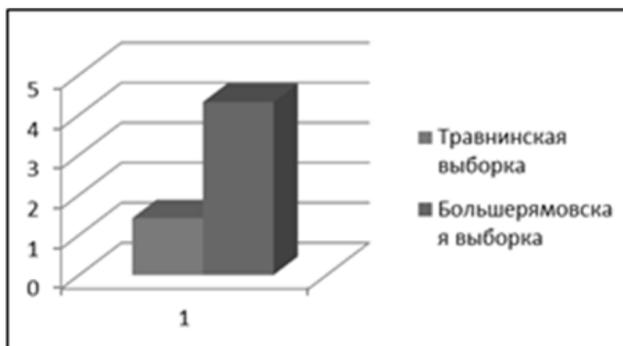


Рисунок 7. Сравнение пятилеток: 1) у-ф

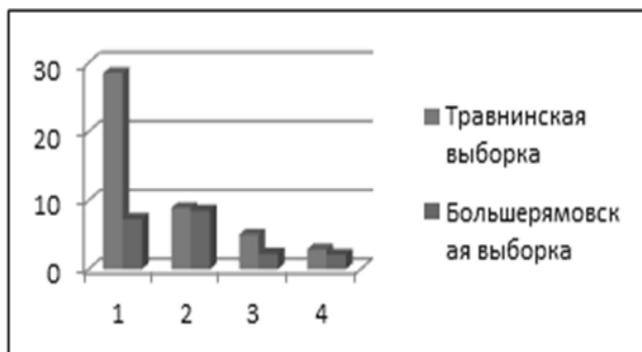


Рисунок 8. Сравнение семилеток: 1) а-б, 2) а-в, 3) у-ф, 4) ц-в

Сравнение выборок серебряного карася из озёр Травное и Большое Рямовое по коэффициенту вариации (tcv):

В сравниваемых выборках четырёхлеток из озёр Травное и Большое Рямовое выявлены достоверные различия по коэффициенту вариации массы тела, заглазничного пространства (ж-к), антедорсального расстояния (а-н), расстояния между грудными и брюшными плавниками (л-у), длины хвостового стебля (ц-в). По всем выше перечисленным признакам выборка из озера Большое Рямовое характеризуется большими значениями, чем выборка из озера Травное (рис. 9).

Между сравниваемыми группами пятилеток выявлены достоверные различия по коэффициенту вариации массы тела, высоты головы у затылка (з-и), длины тела (а-в), заглазничного пространства (ж-к), длины грудных плавников (л-с), расстояния между грудными и брюшными плавниками (л-у), расстояния между брюшным и анальным плавниками (у-ф). Большерямовская выборка характеризуется большими значениями указанных признаков, чем травнинская (рис.10).

В выборках 6-леток озера Травное и Большое Рямовое установлены достоверные различия по коэффициенту вариации постдорсального расстояния (р-в) и длины основания спинного плавника (н-р). При этом выборка из озера Большое Рямовое характеризуется большими значениями указанных признаков, чем выборка из озера Травное (рис. 11).

При сравнении семилеток из озёр Травное и Большое Рямовое выявлены достоверные различия по коэффициенту вариации диаметра глаза (д-ж), высоты головы у затылка (з-и), длины головы (а-г), антедорсального расстояния (а-н), наибольшей высоты спинного плавника (о-п), длины грудных плавников (л-с), расстояния между брюшным и анальным плавниками (у-ф), длины хвостового стебля (ц-в). При этом выборка из озера Травное характеризуется большими значениями коэффициентов вариации признаков (д-ж), (а-г), (о-п), (у-ф), (з-и), (ц-в), но меньшими по признакам (а-н) и (л-с), чем таковая из озера Б. Рямового (рис. 12).

Сравнение выборок серебряного карася из озёр Травное и Большое Рямовое по критерию Фишера (F):

В сравниваемых выборках четырёхлеток из озёр Б. Рямовое и Травное обнаружены достоверные различия по дисперсии заглазничного пространства (ж-к), антедорсального расстояния (а-н), расстояния между грудным и брюшным плавниками (л-у). При этом наибольшей дисперсией заглазничного пространства и расстояния

между грудным и брюшными плавниками характеризуется травнинская выборка и лишь по дисперсии антедорсального расстояния большерямовская выборка имеет большее значение (рис. 13).

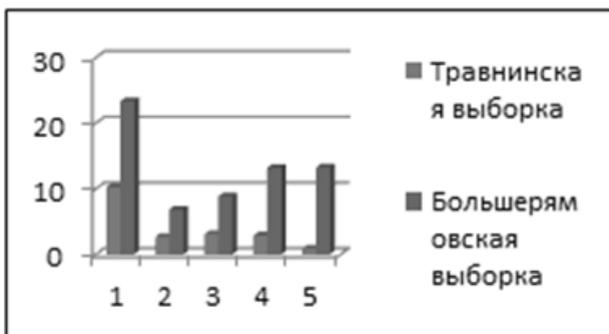


Рисунок 9. Сравнение четырехлеток: 1) масса тела, 2) ж-к, 3) а-н, 4) л-у

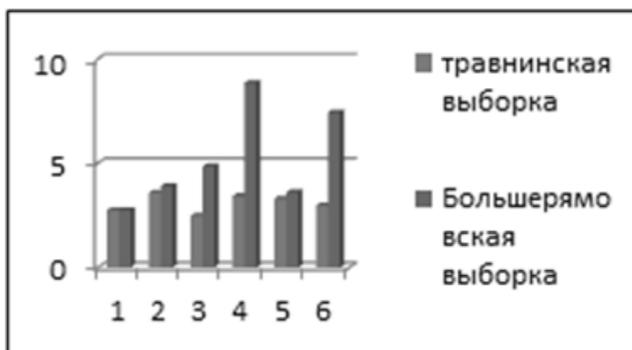


Рисунок 10. Сравнение пятилеток: 1) з-и, 2) а-в, 3) ж-к, 4) л-с

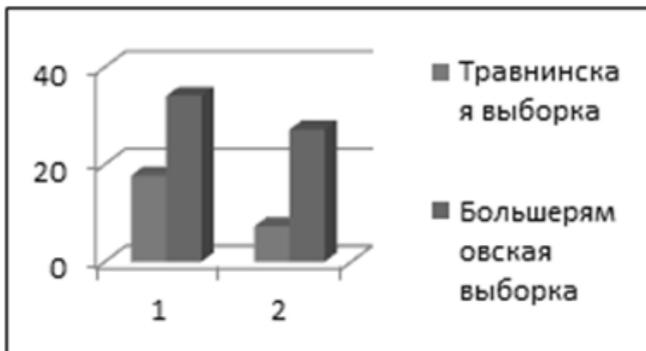


Рисунок 11. Сравнение шестилеток: 1) p-v, 2) n-p

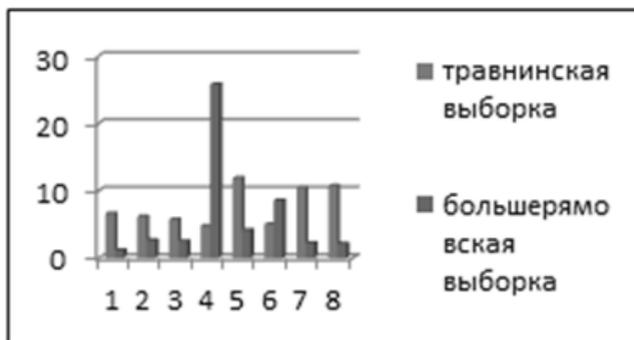


Рисунок 12. Сравнение семилеток: 1) d-ж, 2) з-и, 3) а-г, 4) а-н, 5) о-п, 6) л-с, 7) у-ф, 8) ц-в

При сравнении шестилеток из озёр Травное и Б.Рямовое обнаружены достоверные различия по дисперсии расстояния между грудным и брюшным плавниками (л-у). Большим значением по указанному признаку характеризуется выборка из озера Травное (рис. 14).

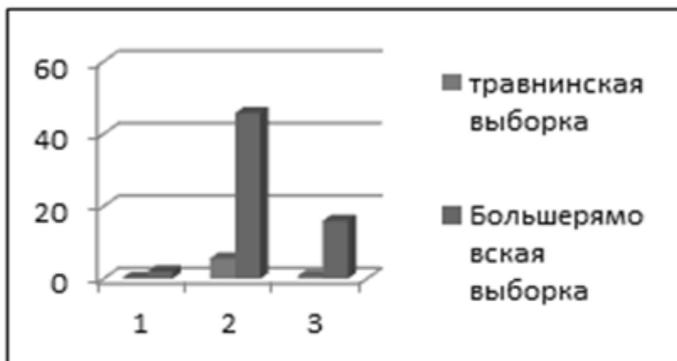


Рисунок 13. Сравнение четырехлеток: 1) ж-к, 2) а-н, 3) л-у

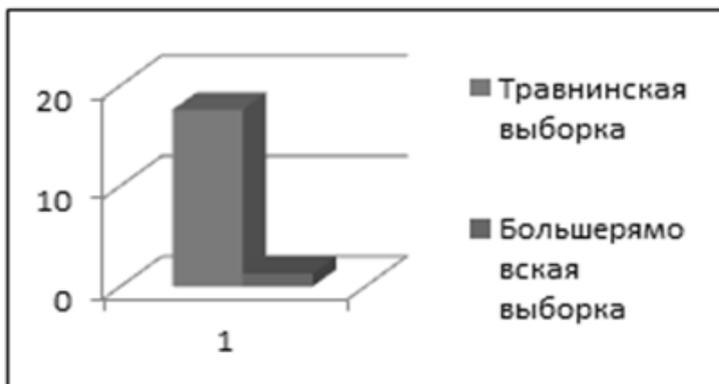


Рисунок 12. Сравнение шестилеток: 1) л-у

В целом, анализ показателей изменчивости (среднего квадратического отклонения, дисперсии, коэффициента вариации) выявил большую неоднородность, и соответственно изменчивость морфометрических признаков обеих популяций, что указывает на большую пластичность изучаемых признаков.

Более высокие значения среднего квадратического отклонения (сигмы), и дисперсии большинства признаков в большинстве возрастных групп отмечены в выборках из озера Травное, а коэффициентов вариации, наоборот, в озере Большое Рямовое. Поскольку коэффициент вариации рассчитывается путём деления сигмы на среднее арифметическое значение с последующим умножением на 100 %, то при сопоставимых (одного порядка) значениях среднего квадра-

тического отклонения и дисперсии, полученные данные свидетельствуют о больших относительных размерах серебряного карася в озере Травное. Это может быть обусловлено, во-первых, лучшей кормообеспеченностью в условиях большего по размерам водоёма, во-вторых, генетической спецификой травнинской популяции. Установлено [3], что коэффициент наследуемости длины тела в экспериментальной популяции карпа составил $h^2=0,21$.

Выводы:

1. Каждая популяция отличается своеобразными пропорциями тела, что объясняется репродуктивной изолированностью изучаемых популяций и развитием их в условиях разных экосистем.

2. Травнинская популяция серебряного карася характеризуется более крупными размерами тела, что отчасти можно объяснить лучшими кормовыми условиями в условиях большего по размерам водоёма.

3. В обеих популяциях выявлен высокий уровень изменчивости морфометрических признаков, что указывает на их высокую пластичность и высокий адаптационный потенциал популяций.

Список литературы:

1. Блащеница Н.А., Ибрагимова Л.З. Морфологическая характеристика серебряного карася, обитающего в водоёмах Тюменской области // Вестник Тюменского государственного университета. — 2013. — № 6. — С. 64—67.
2. Гашев С.Н. Статистический анализ для биологов (Руководство по использованию пакета программ «Statan-1996»). Тюмень: ТГУ, 1998. — 22 с.
3. Генетика количественных признаков. Ч. 5 [Электронный ресурс]. — Режим доступа. — URL: <http://nabitablet.ru> (дата обращения 29.09.2014).
4. Дергачёв С.Н. Популяционно-экологический анализ плотвы из реки Алабуга // Международный научно-исследовательский журнал. 2013. № 4. [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: <http://research-journal.org/featured/biology/populyacionno-ekologicheskij-analiz-plotvy-rutilus-rutilus-iz-reki-alabuga/> (дата обращения 26.09.2014).
5. Иванов А.А. Физиология рыб. М.: Мир, 2003. — 284 с.
6. Ковальский Н.Г. Современное состояние популяции золотого карася *Carassius carassius* (L.) Чухломского озера Костромской области: Дисс. ... канд. биол. наук. Кострома, 2005. — 116 с.
7. Коломин Ю.М., Фефелов В.В. Биология обыкновенного окуня реки Ишим в пределах Казахстана // Вестник Ишимского государственного педагогического института им. П.П. Ершова. — 2013. — № 6 — С. 28—31.

8. Лакин Г.Ф. Биометрия. Учеб. пособие для ун-тов и пед. ин-тов. М.: Высшая школа, 1973. — 343 с.
9. Левых А.Ю., Пузынина Г.Г. Оценка благополучия среды по показателям стабильности развития растений и животных // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. — 2012. — Т. 14. — № 5(3). — С. 611—615.
10. Левых А.Ю., Ермолаева А.В. К вопросу об оценке состояния реки Ишим методами биоиндикации // XXIII Ершовские чтения. Ч. 2. Ишим, 2013. — С. 170—174.
11. Левых А.Ю. Методы биологических исследований: учеб. пособие для студ. биол. спец. пед. вузов. Ишим: ИГПИ им. П.П. Ершова, 2012. — С. 175.
12. Усольцева Ю.А. К вопросу об оценке качества пресных вод по показателям флуктуирующей асимметрии неметрических признаков рыб // Экологический мониторинг и биоразнообразие. — 2014. — № 2(9). — С. 106—111.

4.2. ФИЗИОЛОГИЯ

ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ ВЕНТРОМЕДИАЛЬНОГО ЯДРА ГИПОТАЛАМУСА В ДИНАМИКЕ ТОКСИЧЕСКОГО СТРЕССА, ВЫЗВАННОГО СОЛЬЮ КАДМИЯ

Муратова Надия Рафаэлевна

аспирант, ФГБОУ ВПО

«Астраханский государственный технический университет»,

РФ, г. Астрахань

E-mail: nadija.muratova@yandex.ru

THE FUNCTIONAL CONDITION OF THE VENTROMEDIAL NUCLEUS OF THE HYPOTHALAMUS IN THE DYNAMICS OF TOXIC STRESS CAUSED BY CADMIUM SALT

Muratova Nadija

graduate student,

Astrakhan State Technical University,

Russia, Astrakhan

АННОТАЦИЯ

В работе исследовалось морфофункциональное состояние вентромедиального ядра гипоталамуса самцов и самок белых крыс при воздействии токсического стресса, вызванного хлоридом кадмия (2 мг/100 г массы тела, ежедневно, per os). Результаты исследования показали, что введение соли кадмия приводит к изменениям морфометрического состояния ядра, ядрышек и ядрышко-ядерного соотношения вентромедиального ядра у обоих полов, но у самок данные показатели более высокие. При отмене введения токсиканта наблюдалась тенденция к восстановлению показателей.

ABSTRACT

In work the morphofunctional condition of the ventromedial nucleus of the hypothalamus of male and female white rats was investigated at influence of the toxic stress caused by chloride of cadmium (2 mg/100

of body weight, daily, per os). Results of research showed that introduction of salt of cadmium leads to changes of a morphometric condition of the nucleus, nucleoli, and nucleolus-nuclear ratio of the ventromedial nucleus in both sexes, but thus females had these indicators. At cancellation of introduction of a toxicant was observed the tendency to restoration of indicators.

Ключевые слова: кадмий; токсический стресс; вентромедиальное ядро гипоталамуса.

Keywords: cadmium; toxic stress; ventromedial nucleus of the hypothalamus.

Введение. Кадмий среди всех токсичных элементов по темпам и масштабам загрязнения стал одним из приоритетных загрязнителей планеты и признан особо опасным экотоксикантом для здоровья человека [1, с. 61]. Данный тяжелый металл в большом количестве присутствует в окружающей среде и накапливается в организме [5, с. 311]. Длительное воздействие кадмия вызывает токсическое действие путем его накопления с течением времени в различных тканях, включая почки, печень, центральную нервную систему, и периферическую нервную систему [4, с. 1].

Почки, головной мозг и печень раньше других органов и тканей начинают накапливать кадмий и раньше других начинают страдать от этого токсиканта, то есть первые симптомы отравления могут проявиться в работе нервной системы и почек [3, с. 229].

Введение кадмия крысам в эксперименте приводит к значительной потере массы тела. Представляет несомненный интерес, является ли потеря массы прямым следствием истощения функциональных резервов организма или же задействованной также является центральная регуляция пищевого поведения крыс в результате токсического стресса. Ключевая роль в регуляции массы тела отводится гипоталамусу [7, с. 2]. Вентромедиальное ядро гипоталамуса играет важную роль в регуляции питания и энергетического баланса [6, с. 193]. Вентромедиальные ядра гипоталамуса сигнализируют о сытости, их называют центром насыщения [8, с. 661]; его поражение приводит к увеличению потребления пищи, ожирению и повышенной базальной инсулина и кортикостероидов [9, с. 8176].

Динамика развития токсического стресса и процессы восстановления организма после интоксикации изучены крайне недостаточно. В связи с вышеизложенным, целью исследования стало изучение функционального состояния вентромедиального ядра гипоталамуса

у животных обоего пола в динамике токсического стресса, вызванного солью кадмия.

Материалы и методы. Экспериментальные исследования проводились на лабораторных животных (белых беспородных крысах) обоего пола в количестве 82 штук. Токсический стресс моделировали ежедневным введением опытным животным *per os* через зонд раствора хлорида кадмия в дозе 2 мг на 100 г массы тела. Экспериментальные животные были разделены на несколько групп: 1 группа — контроль; 2 — животные, получавшие хлорид кадмия в течение 5 дней; 3 — животные, получавшие хлорид кадмия в течение 10 дней; 4 — животные, получавшие хлорид кадмия в течение 15 дней; 5 — животные, восстанавливающиеся после 15-ти дневной интоксикации хлоридом кадмия в течение 5 дней; 6 — животные, восстанавливающиеся после 15-ти дневной интоксикации хлоридом кадмия в течение 10 дней; 7 — животные, восстанавливающиеся после 15-ти дневной интоксикации хлоридом кадмия в течение 15 дней.

При исследовании использовался морфометрический метод. Данный метод позволяет количественно определить размеры и объемы ядра. Результаты статистически обработаны с использованием критерия Стьюдента.

Результаты и их обсуждение. Результаты исследования представлены в таблице 1.

Таблица 1.

Объемы ядер, ядрышек и ядрышко-ядерного отношения нейронов вентромедиального ядра гипоталамуса в динамике токсического стресса

Экспериментальная группа	Объемы ядер, мкм ³	Объемы ядрышек, мкм ³	Ядрышко-ядерное отношение, ×10 ⁻³
<i>Самцы</i>			
Контроль	264,7±11,49	1,02±0,07	4,16±0,398
5 Cd	215,6±9,9*	0,95±0,06	4,9±0,329
10 Cd	206,9±8,53***	1,05±0,06	5,74±0,351**
15 Cd	190,05±7,06	1,18±0,06	6,33±0,377**
15 Cd + 5	227,3±6,65**	1,12±0,08	5,15±0,329
15 Cd + 10	195,1±7,87	0,88±0,06	5,06±0,376
15 Cd + 15	208,04±7,28**	0,85±0,05	4,54±0,286

<i>Самки</i>			
Контроль	223,67±8,37°	1,18±0,06	5,86±0,343°
5 Cd	185,4±8,67°**	1,17±0,06°	7,5±0,452°***
10 Cd	204,3±8,92	1,21±0,09	6,62±0,501
15 Cd	140,91±10,96°°	1,55±0,16°	12,66±1,64°***
15 Cd + 5	211,7±8,59	1,02±0,07	5,42±0,452
15 Cd + 10	197,22±7,86*	1,28±0,06	7,17±0,424*
15 Cd + 15	190,24±7,15*	0,95±0,05*	9,28±3,903

*Примечание: * — отличия между контрольной и опытными группами по Стьюденту; * — $p < 0,05$, ** — $p < 0,01$, *** — $p < 0,001$; ° — половые отличия: ° — $p < 0,05$, °° — $p < 0,01$, °°° — $p < 0,001$*

В период токсического стресса было отмечено уменьшение объема ядер, как у самцов, так и у самок. Так у самцов на пятый день интоксикации морфометрические показатели объема ядра снизились на 18 %, а на 10 день интоксикации — уже на 22 %, и на 28 % к 15 дню интоксикации. У самок данный процесс был более резко выраженным. На 5 день введения токсиканта показания уменьшились лишь на 18 %, а к 15 дню — уже на 37 %, по сравнению с контролем.

Однако по показаниям объема ядрышек и ядрышко-ядерного отношения отмечалось постепенное уменьшение значений, и вновь их увеличение к концу интоксикационного периода. Так были получены достоверные изменения ядрышко-ядерного отношения у самцов. На 10 день интоксикации данное отношение увеличилось на 38 %, а у самок — на 27 %, и на 15 день — на 52 % по сравнению с контролем.

После прекращения введения токсиканта наблюдалось улучшение показателей. Так в группе самок, после двухнедельного восстановления показатели объема ядер были ниже лишь на 15 %, в группе самцов — на 21 %, тогда как во время стресса показатели были ниже на 37 и 28 процентов соответственно (по сравнению с контрольной группой).

Были получены достоверные половые отличия в период воздействия хлоридом кадмия. И самцы по сравнению с самками показали лучший результат — морфометрические показатели ядра на 26 % выше. В контрольной группе животных также отмечалось более лучший результат у самцов — выше на 16 процентов по сравнению с самками. Однако по показателям объема ядрышек и ядрышко-ядерного отношения самки под воздействием стресса показали более высокий показатель — на 14 и 50 % соответственно.

Заключение. Исследование показало, что у животных под воздействием токсического стресса происходит изменение показателей

объема ядер, ядрышек и ядрышко-ядерного отношения, что является подтверждением отмеченной рядом авторов нейротоксичности кадмия [2, с. 119; 3, с. 239]. При этом данные изменения в динамике токсического стресса усиливаются как у самцов, так и у самок, и восстанавливаются после прекращения введения токсиканта. Однако последний процесс происходит не одинаково у разных полов. У самок процесс восстановления протекает более выражено в сравнении с самцами, что указывает на то, что самки обладают большей устойчивостью и адаптацией к стрессорным воздействиям.

Список литературы:

1. Иваненко Н.В. Экологическая токсикология: учеб. пособие. Владивосток: ВГУЭС, 2006. — 108 с.
2. Куценко С.А. Основы токсикологии/ С.А. Куценко. СПб.: Военно-медицинская академия им. С.М. Кирова, 2002. — 395 с.
3. Малов А.М., Сибиряков В.К., Иваненко А.А. Накопление кадмия в некоторых органах и тканях крыс // Клиническая токсикология. — 2013. — Т. 14. — С. 228—240.
4. Bo Wang, Yanli Du. Cadmium and Its Neurotoxic Effects // Oxidative Medicine and Cellular Longevity. — 2013. — Vol. 2013. — P. 1—12.
5. Gerspacher C., Scheuber U., Schiera G., Proia P., Gyax D., Di Liegro I. The effect of cadmium on brain cells in culture // International journal of molecular medicine. — 2009. — Vol. 24 (3). — P. 311—318.
6. McClellan KM, Parker KL., Tobet S. Development of the ventromedial nucleus of the hypothalamus // Frontiers in neuroendocrinology. — 2006. — Vol. 27(2). — P. 193—209.
7. Perry B., Wang Y. Appetite regulation and weight control: the role of gut hormones // Citation: Nutrition and Diabetes . — 2012. — Vol. 2(26). — P. 1—7.
8. Schwartz, Michael W.; Woods, Stephen C.f; Porte, Daniel Jr.; Seeley, Randy J.f; Baskin, Denis G. Central nervous system control of food intake // Nature. — 2000. — Vol. 404 (6778). — P. 661—671.
9. SuJean Choi, Cydney Horsley, Shirley Aguila, and Mary F. Dallman. The Hypothalamic Ventromedial Nuclei Couple Activity in the Hypothalamo-Pituitary-Adrenal Axis to the Morning Fed or Fasted State // Journal of Neuroscience. — 1996. — Vol. 16(24). — P. 8170—8180.

4.3. ЭКОЛОГИЯ И ПРИРОДОПОЛЬЗОВАНИЕ

ПОЛУЧЕНИЕ КОМПОЗИЦИОННЫХ ПОЛИМЕРНЫХ ЭКОЛОГИЧЕСКИ ЧИСТЫХ УПАКОВОЧНЫХ ПЛЁНОК НА ОСНОВЕ ПРОИЗВОДНЫХ ЦЕЛЛЮЛОЗЫ

Кезина Елена Викторовна

*аспирант второго года обучения
ФГБОУ ВПО «Мордовский государственный университет
имени Н.П. Огарева», факультет биотехнологии и биологии,
кафедра биотехнологии, биоинженерии и биохимии,
РФ, Республика Мордовия, г. Саранск
E-mail: alenahezina@yandex.ru*

Кадималиев Давуд Али-оглы

*д-р биол. наук профессор, ФГБОУ ВПО
«Мордовский государственный университет имени Н.П. Огарева»,
факультет биотехнологии и биологии,
кафедра биотехнологии, биоинженерии и биохимии,
РФ, Республика Мордовия, г. Саранск
E-mail: cadimded@yandex.ru*

Котина Елена Александровна

*аспирант второго года обучения
ФГБОУ ВПО «Мордовский государственный университет
имени Н.П. Огарева», факультет биотехнологии и биологии,
кафедра биотехнологии, биоинженерии и биохимии,
РФ, Республика Мордовия, г. Саранск
E-mail: kotina.alena1992@yandex.ru*

GENERATION OF COMPOSITE POLYMER ECOLOGICALLY CLEAN PACKAGING FILMS ON THE BASIS OF CELLULOSE DERIVATIVES

Elena Kezina

*post graduate student of the 2nd year of FSBEI HVE
N.P. Ogarev Mordovia State University, Department of Biotechnology
and Biology, Chair of Biotechnology, Bioengineering and Biochemistry,
Russia, Republic of Mordovia, Saransk*

Davud Kadimaliyev

*doctor of Biological Sciences, professor of FSBEI HVE
N.P. Ogarev Mordovia State University, Department of Biotechnology
and Biology, Chair of Biotechnology, Bioengineering and Biochemistry,
Russia, Republic of Mordovia, Saransk*

Elena Kotina

*post graduate student of the 2nd year of FSBEI HVE
N.P. Ogarev Mordovia State University, Department of Biotechnology
and Biology, Chair of Biotechnology, Bioengineering and Biochemistry,
Russia, Republic of Mordovia, Saransk*

АННОТАЦИЯ

Большое количество полимерных материалов (ПМ), применяемое в настоящее время, приводит к необходимости их уничтожения и захоронения по окончании срока службы. Сроки разложения традиционных ПМ составляют десятки лет, а площади под свалками ограничены. Актуальными представляются разработка технологий производства биоразлагаемых материалов с применением природных полимеров, в том числе производных целлюлозы.

Цель данной работы — оптимизация условий применения производных целлюлозы для получения биоразлагаемых пленок с включением фермента трансглутаминазы [1, с. 23—34; 8, с. 45—56].

ABSTRACT

Big amount of polymer materials used currently lead to the necessity of its destruction and burial after expiration of term of service. Degradation time of traditional polymer materials takes decades, and waste deposit areas are limited. Development of biodegradable materials production technologies with the use of natural polymers including cellulose derivatives appears to be a topical question.

This paper is aimed at optimization of application conditions of cellulose derivatives in order to get biodegradable films using ferment of transglutaminase [1, p. 23—34; 8, p. 45—56].

Ключевые слова: производные целлюлозы; полимерные пленки; трансклютаминаза.

Keywords: cellulose derivatives; plastic films; transglutaminase.

В последние годы интенсивно ведутся работы по созданию нового класса биоразлагаемых, компостируемых пленок на основе природных материалов, не приносящих вред окружающей среде и здоровью человека.

Весьма эффективный и распространенный способ придания полимерам свойства биоразлагаемости (способности разлагаться в условиях окружающей среды) является введение в полимерную композицию различных наполнителей, в частности крахмала, желатина, целлюлозы, хитозана и других ингредиентов [2, с. 34; 3, с. 18—45]. С целью повышения конкурентоспособности и снижения экономических затрат технологии в качестве рабочих компонентов композиции были выбраны три производных целлюлозы: диэтиламиноэтил-целлюлоза (ДЭАЭ), карбоксиметил-целлюлоза (КМЦ) и фосфат целлюлозы (ФЦ).

Целлюлоза в нативном виде не реакционноспособна, поэтому в своей работе мы используем производные целлюлозы и подбираем их оптимальную концентрацию для создания биоразлагаемых пленок с лучшими физико-механическими свойствами [1, с. 67; 4, с. 23—35; 6, с. 72—76]. На первом этапе работы производные целлюлозы (ДЭАЭ, КМЦ, ФЦ) растворяли в дистиллированной воде в следующих концентрациях: 200 мг/мл., 100 мг/мл., 150 мг/мл., 50 мг/мл. В контрольную смесь целлюлозу не добавляли, в опытные добавляли от 1—3 г.

Зависимость прочности от концентрации используемого производного целлюлозы можно наглядно проследить на рисунках 1, 2.

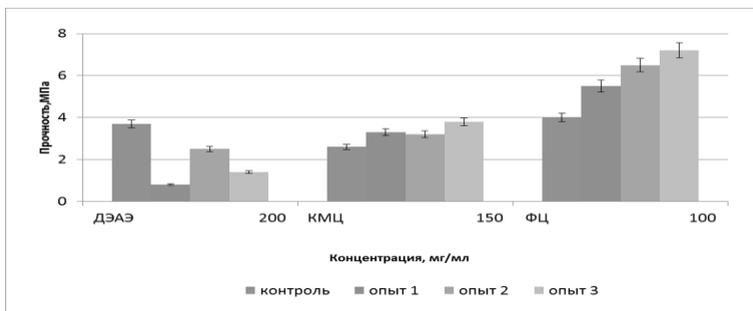


Рисунок 1. Влияние концентрации производных целлюлозы на прочность пленок (концентрация ДЭАЭ — 200 мг/мл., КМЦ — 150 мг/мл., ФЦ — 100 мг/мл.)

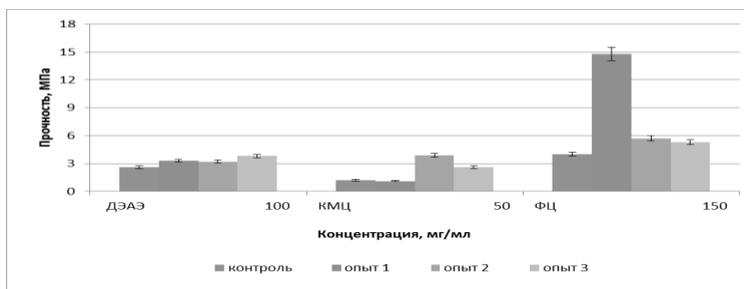


Рисунок 2. Влияние концентрации производных целлюлозы на прочность пленок (концентрация ДЭАЭ — 100 мг/мл., КМЦ — 50 мг/мл., ФЦ — 150 мг/мл.)

Из рисунков 1 и 2 видно, что пленки с ДЭАЭ обладают наименьшей прочностью в сравнении с ФЦ и КМЦ. Возможно, этому способствует слабая растворимость ДЭАЭ в водной среде, соответственно она плохо включается в состав композиции и не образует прочных связей с компонентами смеси. ДЭАЭ в пленках остается в виде крупинок, разобщающих структуру пленки. Концентрация ДЭАЭ — 200 мг/мл придает пленкам наибольшую прочность — 2,5 МПа. В дальнейшем, для создания пленок с лучшими физико-механическими параметрами мы будем использовать это разведение.

Наибольшей прочностью при использовании в биокомпозиционной смеси КМЦ обладают пленки с концентрацией КМЦ 150 мг/мл — 3,9 МПа. КМЦ хорошо растворяется в воде и включается в состав композиции, поэтому прочность пленок достаточно высока —

средняя по сравнению с ДЭАЭ и ФЦ. Наименьшей прочностью обладают пленки с концентрацией КМЦ 50 мг/мл — 1,1 МПа.

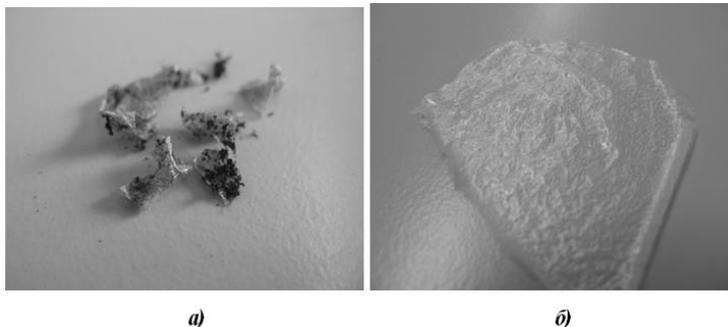
При использовании в смеси ФЦ пленки обладают наибольшей прочностью. Она соответствует 14,8 МПа (концентрация 150 мг/мл., количество 1 г.). Этому, возможно, способствует значительная химическая и биологическая активность фосфора, который содержится в составе ФЦ. Наименьшей прочностью обладают пленки с концентрацией ФЦ 100 мг/мл. (количество 1 г.) — 5,3 МПа.

Главным параметром, по которому оценивают предполагаемый вред тех или иных материалов для окружающей среды, является биоразлагаемость [3, с. 78—83].

Мы исследовали биоразлагаемость пленок в почве и в водной среде [4, с. 56—58].

В первом случае образец пленки помещался в грунт. Часть пленки оставляли на поверхности, часть закапывали. По времени, затраченному на распад пленки на отдельные фрагменты, определяли биоразлагаемость вносимого образца. Распад пленки на фрагменты определяли визуально [5, с. 67—69; 7, с. 56—58].

На рисунке 3 показан образец пленки, полученной с применением КМЦ.



**Рисунок 3. Пленка, полученная с применением КМЦ:
а — до внесения в компост; б — после внесения в компост**

На рисунке 3 показана пленка, которая находилась в компосте 1 месяц. Пленки, полученные с применением КМЦ имели сроки биоразлагаемости до 1 месяца. В стакан с водопроводной водой мы помещали образцы полученных пленок. Они растворялись в течении 7—8 суток (так как пленки прозрачные, в воде их сфотографировать не удалось).

Пленки, полученные без применения целлюлозы, имели меньший срок биоразлагаемости, так как желатин — гигроскопичен и быстро растворяется в воде (грунт увлажняли). Пленки, в состав которых входит целлюлоза, в результате наших экспериментов имели срок биоразлагаемости до 1 месяца. Это происходит из-за того, что целлюлоза в водной среде полностью не разлагается, даже в модифицированном виде. Но по истечении одного месяца пленки распались на отдельные фрагменты под действием света, воздуха и микроорганизмов, содержащих ферменты гидролазы (целлюлазы, протеазы) [5, с. 85—87; 8, с. 112—116].

В заключении следует отметить, что применение производных целлюлозы в качестве армирующих агентов способствовало не только повышению эксплуатационных показателей опытных образцов, но и позволило снизить токсичность полимерных материалов по отношению к существующим аналогам.

Список литературы:

1. Дон Россато. Биопластики: технология, рынок, перспективы / Дон Россато. Электронный ресурс: Биопластики. [Б.м.], 2010. [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: <http://www.omnexus.com>. — Загл. с экрана.
2. Дулина Л.А. Биоразлагаемые полимеры в центре внимания. [Электронный ресурс]: электр. журнал / Л.А. Дулина. — Новые химические технологии. [Б. м.], 2006. [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: <http://www.newchemistry.ru/letter.php>. — Загл. с экрана.
3. Кржан А.С. Биоразлагаемые полимеры и пластики / А.С. Кржан, И.Т. Осипов / Новые химические технологии. — 2009. — № 9. — 32 с.
4. Микушина И.В. Структурные и химические превращения древесины в реакции механохимического карбоксиметилирования: Дис. ... канд. хим. наук / Барнаул, 2004. — 155 с.
5. Пат. 2186784 (Россия). Способ получения сложного эфира целлюлозы // В.Г. Шабалин, М.М. Чемерис и др. / 2002.
6. Пиневиц А.В. Чудо-пленки, или слово о бактериальной целлюлозе / А.В. Пиневиц // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета. — 2007. — № 3. — С. 33—39.
7. Роговина С.З. Получение смесей полиэтилена с полисахаридами и их производными / С.З. Роговина, К.В. Алексанян, Д.Д. Новиков [и др.] // Высокомолек. соед. — 2009. — Т. 51, — № 5. — С. 813—822.
8. Sakamoto H. Gel strength enhancement by addition microbial transglutaminase during onshore surimi manufacture / H. Sakamoto, Y. Kumazawa, K. Serguro // Journal of Food Science. — 2002. — Vol. 60. — P. 300—304.

СЕКЦИЯ 5.

ХИМИЯ

5.1. ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

СИНТЕЗ И ИЗУЧЕНИЕ АНТИМИКРОБНОЙ АКТИВНОСТИ 1,4-БИСАММОНИЕВЫХ СОЛЕЙ, СОДЕРЖАЩИХ ОБЩУЮ НЕПРЕДЕЛЬНУЮ ГРУППУ

Овакимян Светлана Ашотовна

*канд. хим. наук, декан факультета биологии, химии и географии,
доцент, кафедры химии и методики ее преподавания
Армянского государственного педагогического университета
им. Х. Абовяна,
Армения, г. Ереван
E-mail: svetachem@gmail.com*

Обосян Нина Гарниковна

*канд. хим. наук, доцент кафедры химии и методики ее преподавания
Армянского государственного педагогического университета
им. Х. Абовяна,
Армения, г. Ереван
E-mail: ninahobosyan@mail.ru*

Овсепян Вардуи Суреновна

*канд. хим. наук, доцент кафедры химии и методики ее преподавания
Армянского государственного педагогического университета
им. Х. Абовяна,
Армения, г. Ереван
E-mail: varduhi.hovsepyan.sargsyan@gmail.com*

Бабахянян Ашот Вардгесович

*профессор кафедры химии и методики ее преподавания Армянского
государственного педагогического университета им. Х. Абовяна,
Армения, г. Ереван
E-mail: babahashot@mail.ru*

SYNTHESIS AND STUDYING ANTIMICROBIAL ACTIVITY OF 1,4-BISAMMONIUM SALTS CONTAINING GENERAL UNSATURATED GROUP

Hovakimyan Svetlana

candidate of Science, Dean of Faculty of Biology, Chemistry and Geography, Department of Chemistry and the methodology of teaching, Assistant Professor of Armenian State Pedagogical University after Kh. Abovyan, Armenia, Yerevan

Hobosyan Nina

candidate of Science, assistant professor of Department of Chemistry and the methodology of teaching, Armenian State Pedagogical University after Kh. Abovyan, Armenia, Yerevan

Hovsepyan Varduhi

candidate of Science, assistant professor of Department of Chemistry and the methodology of teaching, Armenian State Pedagogical University after Kh. Abovyan, Armenia, Yerevan

Babakhanyan Ashot

full professor of Department of Chemistry and the methodology of teaching, Armenian State Pedagogical University after Kh. Abovyan, Armenia, Yerevan

АННОТАЦИЯ

На основе 1,4-бисдиметиламинобутина-2 и 1,4-бисдиметиламино-2,3-дибромбутена-2 синтезированы два ряда 1,4-бисаммониевых солей содержащих наряду с обеспечивающим поверхностную активность длинноцепочечным гидрофобным алкилоксикарбонилметильным радикалом бутин-2-ильную или 2,3-дибромбутен-2-ильную общую группу. Изучена антимикробная активность синтезированных аммониевых солей в отношении золотистого стафилококка и кишечной палочки.

ABSTRACT

Two series of 1,4-bisammonium salts containing butin-2-yl or 2,3-dibrombuten-2-yl common group side by side with longchained hydrophobic alkyloxycarbonylmethyl radical providing surface activity

have been synthesized on the base of 1,4-bisdimethylaminobutan and 1,4-bisdimethylamino-2,3-dibrombuten-2. Antimicrobial activity of synthesized ammonium salts has been studied in relation to *Escherichia coli* and *Staphylococcus aureus*.

Ключевые слова: четвертичные аммониевые соединения; амины; антимикробная активность; грамположительные и грамотрицательные микроорганизмы.

Keywords: quaternary ammonium compounds; amines; antimicrobial activity; Gram-positive and Gram-negative microorganisms.

Амины и четвертичные аммониевые соединения (ЧАС) представляют определенный интерес для решения многих теоретических задач органической химии. Они имеют практическое значение в качестве продуктов и полупродуктов для получения гербицидов, инсектицидов, антистатиков, поверхностно-активных веществ, ингибиторов коррозии металлов, лекарственных препаратов, моющих, дезинфицирующих средств и т. д.

В настоящее время, с целью предупреждения возникновения и распространения инфекций, важное значение уделяется обеззараживанию объектов внешней среды дезинфектантами. Однако, следует отметить, что в результате изучения чувствительности к бактерицидным средствам выявлен высокий процент устойчивых и среднеустойчивых к хлорамину (маркеру госпитальных штаммов) микроорганизмов [1, с. 72].

Поиск путей преодоления резистентности микроорганизмов является актуальной задачей современной медицинской химии. Одним из возможных решений данной проблемы является синтез новых или надделение существующих антимикробных препаратов новыми физико-химическими свойствами, а также получение эффективных композиций.

При всём многообразии дезинфицирующих средств количество компонентов, входящих в их состав, весьма ограничено. В состав композиций входят такие активные действующие вещества как спирты, перекиси, надкислоты, фенолы, соединения катионного типа, альдегиды. Указанные соединения обладают определённым спектром противомикробной активности, которая и определяет эффективность дезинфицирующего средства. В некоторых случаях сочетание нескольких химических компонентов позволяет расширить спектр действия средства, однако, определяющее действие обеспечивается основным химическим веществом, входящим в данный

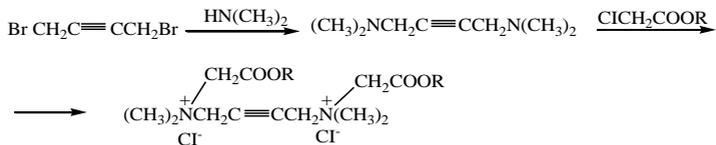
состав. ЧАС используются в инфекционном контроле, входят в состав многих продуктов массового потребления и полностью удовлетворяют жестким требованиям, предъявляемым к дезинфицирующим средствам. Они обладают широким спектром противомикробной активности, являются малотоксичными для людей, а также экологически безопасными по отношению к обрабатываемым поверхностям. Выраженная антимикробная активность ненасыщенных четвертичных аммониевых солей предопределяет обоснованность синтеза и изучения их свойств, что позволит расширить масштабы практического применения таких соединений.

Исследование функциональнозамещенных ЧАС подтвердило зависимость бактерицидного действия от химического строения. Как известно ЧАС, содержащие, в частности, 5-метил-2,4-гексадиенильную [2, с. 148], 4-пентен-2-инильную [3, с. 1904], бутин-2-ильную [4, с. 97], пропен-2-ильную группу, а также их галогенпроизводные [5, с. 65], проявляют выраженную антимикробную активность.

Изучение антимикробной активности синтезированных нами ранее поверхностно-активных N,N^1 -(2-бутилен)бис[N -(алкилоксикарбонилметил) диметиламмоний хлоридов] [6, с. 544] показало, что водные растворы исследованных солей проявляют бактерицидное действие в отношении грамположительных и грамотрицательных микроорганизмов [7, с. 150]. Была выявлена зависимость бактерицидной активности указанных солей от длины гидрофобного алкильного радикала.

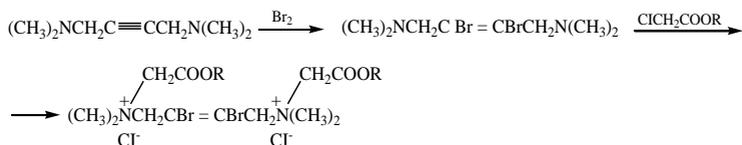
В продолжение целенаправленных исследований по синтезу и изучению антимикробных свойств ЧАС с целью выявления наиболее эффективных из них нами на основе 1,4-бисдиметиламинобутина-2 [8, с. 768] и 1,4-бисдиметиламино-2,3-дибромбутена-2 получены два ряда 1,4-бисаммониевых солей (Ia-д, IIa-г), содержащих наряду с обеспечивающим поверхностную активность гидрофобным алкилоксикарбонилметильным радикалом бутин-2-ильную или 2,3-дибромбутен-2-ильную общую группу.

Взаимодействием 1,4-бисдиметиламинобутина-2, полученного на основе 1,4-дибромбутена-2, с алкиловыми эфирами хлоруксусной кислоты синтезированы соответствующие 1,4-бисаммониевые соли Ia-д.



Ш а-д К= C₈P₁₇ (ф) б К= C₉P₁₉ (б) б C₁₀P₂₁ (в) б C₁₁P₂₃ (г) б C₁₂P₂₅ (д)ю

Синтез 1,4-бисаммониевых солей с 2,3-дибромбутен-2-ильной общей группой (Па-г) осуществлен по схеме.



П а-г R= C₉H₁₉ (а), C₁₀H₂₁ (б), C₁₁H₂₃(в), C₁₂H₂₅ (г).

Изучение антимикробных свойств синтезированных ЧАС согласно общепринятой методике [9, с. 186] показало, что их 0,05—1 % водные растворы обладают бактерицидным действием в отношении эталонных штаммов золотистого стафилококка (штамм 906) и кишечной палочки (штамм 1257). Полученные результаты свидетельствуют, что антимикробная активность исследованных солей находится в зависимости как от длины алкильного радикала в сложноэфирной группе, так и от строения общей группы.

Таблица 1.

**Результаты антимикробной активности четвертичных
аммониевых солей Ia-д, Па-г**

Соединение	R	Концентрация, %	Время гибели микроорганизмов, мин,	
			Кишечная палочка (штамм 1257)	Золотистый стафилококк (штамм 906)
Ia	C ₈ H ₁₇	1,0	15	10
		0,5	25	20
Iб	C ₉ H ₁₉	1,0	5	5
		0,5	20	15
Iв	C ₁₀ H ₂₁	0,5	5	5
		0,1	15	10
		0,05	20	15
Iг	C ₁₁ H ₂₃	0,5	10	5
		0,1	20	15
		0,05	25	20
Iд	C ₁₂ H ₂₅	0,5	15	15
		0,1	25	20
		0,05	30	30
Па	C ₉ H ₁₉	1,0	5	5
		0,5	15	10
Iб	C ₁₀ H ₂₁	0,5	5	5
		0,1	10	5
		0,05	15	10
Пв	C ₁₁ H ₂₃	0,5	5	5
		0,1	15	5
		0,05	20	15
Пг	C ₁₂ H ₂₅	0,5	10	5
		0,1	15	10
		0,05	20	20

Из данных, приведенных в таблице, видно, что наличие атомов брома в неопределенной общей группе привело к некоторому усилению антимикробного действия. Наибольшей бактерицидной активностью обладает ЧАС Пб, содержащее децилоксикарбонилметильный радикал, 0,1 % водный раствор которого обеспечивает гибель золотистого стафилококка и кишечной палочки в течение 10 и 5 мин соответственно.

Таким образом, синтезированные ЧАС могут быть использованы в качестве антимикробных средств, а также для получения на их основе эффективных бактерицидных композиций с широким спектром действия.

Список литературы:

1. Бабаян Ж.Р., Алексанян Ю.Т., Маргарян А.В., Казарян А.Э., Бабахаян А.В. // Медицинская наука Армении, НАН РА. 2011. № 2.
2. Бабахаян А.В., Григорян Л.Г., Бабаян Ж.Р., Акопян Г.С. // Биолог. журн. Армении. — 1990. — Т. 43. — № 2.
3. Бабахаян А.В., Гюльназарян А.Х., Саакян Т.А., Овакимян С.А., Бабаян Ж.Р. // ЖПХ. — 2001. — Т. 74. — Вып. 11.
4. Бабахаян А.В., Овакимян С.А., Бабаян Ж.Р., Арутюнян Р.С., Кочарян С.Т. // Хим. ж. Арм. — 2001. — Т. 54. — № 1—2.
5. Бабахаян А.В., Шахбазян Л.Г., Григорян Дж.В., Казарян А.Э., Бабаян Ж.Р., Кочарян С.Т. // Хим. ж. Арм. — 1997. — Т. 50. — № 3—4.
6. Бабахаян А.В., Кауас Х., Арутюнян Р.С. // Арм. хим. ж. — 1991. — Т. 44. — № 9—10.
7. Бабахаян А.В., Бабаян Ж.Р., Акопян Г.С. // Биолог. журн. Армении. — 1990. — Т. 43. — № 2.
8. Гюльназарян А.Х., Саакян Т.А., Кочарян С.Т., Маркарян Н.О., Паносян Г.А., Карапетян А.А. // ЖОХ. — 2005. — Т. 75. — Вып. 5.
9. Лярский П.П., Соколова Н.Ф. // Проблемы дезинфекции и стерилизации. Сб. научн. тр. ВНИИ дезинфекции и стерилизации. М. — 1971. — Вып. 21. — Т. 2.

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Научное издание

**«ЕСТЕСТВЕННЫЕ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
НАУКИ В СОВРЕМЕННОМ МИРЕ»**

Сборник статей по материалам
XXIII международной научно-практической конференции

№ 10 (22)
Октябрь 2014 г.

В авторской редакции

Подписано в печать 14.10.14. Формат бумаги 60x84/16.
Бумага офсет №1. Гарнитура Times. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 5,375. Тираж 550 экз.

Издательство «СибАК»
630049, г. Новосибирск, Красный проспект, 165, офис 15
E-mail: mail@sibac.info

Отпечатано в полном соответствии с качеством предоставленного
оригинал-макета в типографии «Allprint»
630004, г. Новосибирск, Вокзальная магистраль, 3