



МАТЕРИАЛЫ IX МЕЖДУНАРОДНОЙ ЗАОЧНОЙ  
НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

**ЕСТЕСТВЕННЫЕ  
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ  
В СОВРЕМЕННОМ МИРЕ**

Новосибирск, 2013 г.

УДК 50  
ББК 20  
Е86

**Е86 «Естественные и математические науки в современном мире»:** материалы IX международной заочной научно-практической конференции. (19 августа 2013 г.) — Новосибирск: Изд. «СибАК», 2013. — 102 с.

ISBN 978-5-4379-0325-4

Сборник трудов IX международной заочной научно-практической конференции «Естественные и математические науки в современном мире»: отражает результаты научных исследований, проведенных представителями различных школ и направлений современных естественных наук.

Данное издание будет полезно аспирантам, студентам, исследователям и всем интересующимся актуальным состоянием и тенденциями развития естественных наук.

Рецензенты:

- канд. техн. наук Ахмеднабиев Расул Магомедович;
- д-р техн. наук Ахметов Сайранбек Махсутович;
- канд. техн. наук Елисеев Дмитрий Викторович;
- канд. физ.-мат. наук Зеленская Татьяна Евгеньевна;
- д-р хим. наук, профессор Козьминых Владислав Олегович;
- канд. техн. наук Романова Алла Александровна;
- канд. физ.-мат. наук Рымкевич Павел Павлович;
- канд. хим. наук Сүлеймен Ерлан Мэлсұлы;
- канд. биол. наук Харченко Виктория Евгеньевна;
- канд. с.-хоз. наук Яковишина Татьяна Федоровна.

ISBN 978-5-4379-0325-4

ББК 20

© НП «СибАК», 2013 г.

<b>Оглавление</b>	
<b>Секция 1. Математика</b>	<b>5</b>
<b>1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ</b>	<b>5</b>
СИНГУЛЯРНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ СО СДВИГОМ В ДРОБНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ БЕСОВА, ПРИВОДЯЩИЕСЯ К КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ГАЗЕМАНА Альсейтов Амангельды Гумарович	5
КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ГАЗЕМАНА В КЛАССЕ ОБОБЩЕННЫХ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В ДРОБНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ БЕСОВА Альсейтов Амангельды Гумарович	13
<b>1.2. Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление</b>	<b>29</b>
АНАЛОГ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ОТКЛОНЯЮЩИМСЯ АРГУМЕНТОМ Бжеумихова Оксана Игоревна	29
<b>Секция 2. Информационные технологии</b>	<b>34</b>
<b>2.1. Системный анализ, управление и обработка информации</b>	<b>34</b>
ИССЛЕДОВАНИЕ КОМБИНАЦИИ ДЕТЕКТОРА ИМПУЛЬСНОГО ШУМА В БИНАРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЯХ И ПРОЦЕНТИЛЬНЫХ ФИЛЬТРОВ Кузьмин Сергей Александрович	34
<b>Секция 3. Физика</b>	<b>45</b>
<b>3.1. Теоретическая физика</b>	<b>45</b>
ВЫСОКОТОЧНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ТРЕХЧАСТИЧНЫХ КУЛОНОВСКИХ СИСТЕМ Филинский Андрей Валентинович	45

<b>3.2. Физика конденсированного состояния</b>	<b>54</b>
УСТАНОВКА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ Касаткина Татьяна Игоревна Голев Игорь Михайлович	54
<b>Секция 4. Биология</b>	<b>62</b>
<b>4.1 Экология и природопользование</b>	<b>62</b>
ОСОБЕННОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ УРБОФИТОЦЕНОЗОВ ПРИ ПОВЫШЕННОЙ АНТРОПОГЕННОЙ НАГРУЗКЕ НА ПРИМЕРЕ Г. КРАСНОЯРСКА Кригер Наталья Владимировна Козлов Михаил Александрович Баранов Евгений Сергеевич	62
ПЕРСПЕКТИВНОСТЬ ШИРОКОГО ВНЕДРЕНИЯ В КУЛЬТУРУ ЮЖНЫХ И ЦЕНТРАЛЬНЫХ РЕГИОНОВ РОССИИ <i>MANONIA AQUIFOLIUM</i> Любимов Валерий Борисович Котова Наталья Петровна Солдатова Валерия Викторовна Логачёва Екатерина Алексеевна	67
<b>Секция 5. Химия</b>	<b>75</b>
<b>5.1. Физическая химия</b>	<b>75</b>
КИНЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ТЕСТИРОВАНИЯ АНТИОКСИДАНТОВ Перевозкина Маргарита Геннадьевна	75

## СЕКЦИЯ 1.

### МАТЕМАТИКА

#### 1.1. ВЕЩЕСТВЕННЫЙ, КОМПЛЕКСНЫЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

##### СИНГУЛЯРНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ СО СДВИГОМ В ДРОБНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ БЕСОВА, ПРИВОДЯЩИЕСЯ К КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ГАЗЕМАНА

*Альсейтов Амангельды Гумарович*  
*учитель математики, гимназия «Умит»,*  
*г. Уральск, Казахстан*  
*E-mail: [alseyytov@rambler.ru](mailto:alseyytov@rambler.ru)*

##### SINGULAR INTEGRAL EQUATIONS WITH SHIFT IN BESOV'S FRACTIONAL SPACES, LEADING TO HASEMAN'S BOUNDARY VALUE PROBLEM

*Alseitov Amangeldy Gumarovich*  
*teacher of mathematics, gymnasium "Umit",*  
*Uralsk city, Kazakhstan*

#### АННОТАЦИЯ

Настоящая работа посвящена исследованию и решению одного сингулярного интегрального уравнения со сдвигом в дробных пространствах Бесова, вложенных в пространство непрерывных функций, но не вложенных в класс непрерывных по Гельдеру

функций. С помощью эквивалентных преобразований данное интегральное уравнение сводится к краевой задаче Газемана в дробных пространствах Бесова, решенной автором ранее.

### ABSTRACT

The present work is devoted to the investigation and solution of one singular integral equation with a shift in Besov's fractional spaces embedded in the space of continuous functions, but not nested in a class of Holder continuous functions. With the help of equivalent transformations of this integral equation is reduced to Haseman's boundary value problem in Besov's fractional spaces, solved earlier by the author.

**Ключевые слова:** контур Ляпунова; дробное пространство; сингулярное интегральное уравнение; краевая задача Газемана; интеграл типа Коши.

**Keywords:** Lyapunov's boundary; fractional space; singular integral equation; Haseman's boundary value problem; Cauchy-type integral.

В работе изучается один вид сингулярных интегральных уравнений со сдвигом в дробных пространствах Бесова. Справедливость в дробных пространствах Бесова формул Сохоцкого-Племеля для граничных значений интеграла типа Коши [4, с. 64], [5, с. 38] и полная непрерывность одного интегрального оператора со сдвигом [1, с. 7—24] позволяют в полной мере изучить в этих пространствах краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом.

Пусть  $\Gamma$  — простой замкнутый гладкий контур Ляпунова  $C_\nu^1$ ,  $1 < p < 2$ ,  $\frac{2}{p} - 1 < \nu \leq 1$  и разбивает плоскость комплексного переменного на две области: внутреннюю  $D^+$ , содержащую начало координат и внешнюю  $D^-$ , содержащую бесконечно удаленную точку. Положительным направлением на контуре  $\Gamma$  будем считать то направление, которое область  $D^+$  оставляет слева.

На контуре  $\Gamma$  заданы функции  $a(t)$ ,  $v(t)$ ,  $f(t)$  принадлежащие классу Бесова  $B_{p,1}^{\frac{1}{p}}(\Gamma)$ ,  $1 < p < 2$ , и функция  $\alpha(t)$ , отображающая контур  $\Gamma$  взаимно однозначно на себя с сохранением

направления и имеющая не обращающуюся на  $\Gamma$  в нуль производную  $\frac{1}{\alpha'(t)} \in B_{p,1}^p(\Gamma)$ ,  $1 < p < 2$ . В дальнейшем будем считать, что функции  $a(t)$  и  $\varepsilon(t)$  не обращаются в нуль нигде на  $\Gamma$ .

Отметим, что для рассматриваемых нами пространств имеют место вложения: при  $1 < p < 2$   $B_{p,1}^p(\Gamma) \hookrightarrow C(\Gamma)$ ,

но  $B_{p,1}^p(\Gamma) \not\hookrightarrow C_\beta(\Gamma)$  ни при каком  $0 < \beta < 1$  [3], [4, с. 62], т. е. выделенные нами пространства Бесова вложены в пространство непрерывных функций, но не вложены в класс непрерывных по Гёльдеру функций.

Рассмотрим сингулярное интегральное уравнение со сдвигом

$$a(t)\varphi[\alpha(t)] + \varepsilon(t)\varphi(t) + \frac{a(t)}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\varphi(\tau)}{\tau - \alpha(t)} d\tau - \frac{\varepsilon(t)}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\varphi(\tau)}{\tau - t} d\tau = f(t), \quad (1)$$

где:  $\tau$  и  $t$  — точки на  $\Gamma$ , а  $\varphi(t)$  неизвестная функция из дробного

пространства Бесова  $B_{p,1}^p(\Gamma)$ ,  $1 < p < 2$ . Интеграл, понимаемый в смысле главного значения по Коши, берётся по контуру  $\Gamma$ .

Отметим, что аналогичное интегральное уравнение без сдвига

$$a(t)\varphi(t) + \frac{\varepsilon(t)}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\varphi(\tau)}{\tau - t} d\tau = f(t)$$

изучено Н.К. Блиевым [6, с. 491—492].

Перейдем к решению уравнения (1). Введем кусочно-аналитическую функцию, заданную интегралом типа Коши, плотностью которого служит искомое решение уравнения (1)

$$\Phi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\varphi(\tau)}{\tau - z} d\tau.$$

В силу леммы 1.2 [4, с. 61]  $\Phi(z) \in B_{p,1}^{\frac{2}{p}}(D)$ ,  $1 < p < 2$ ,  
 $D = D^+ \cup D^-$ .

Согласно формулам Сохоцкого-Племеля

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \Phi^+(t) - \Phi^-(t), \\ \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\varphi(\tau)}{\tau - t} d\tau &= \Phi^+(t) + \Phi^-(t) \end{aligned} \quad (2)$$

где:  $\Phi^+(t)$  и  $\Phi^-(t)$  — граничные значения функции  $\Phi(z)$  при  $z \rightarrow t \in \Gamma$  соответственно для  $z \in D^+$  и  $z \in D^-$ . Подставляя значения  $\varphi(t)$ ,  $\frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\varphi(\tau)}{\tau - t} d\tau$  в уравнение (1) и решая

его относительно  $\Phi^+[\alpha(t)]$ , получим, что кусочно-аналитическая функция  $\Phi(z)$  должна являться решением краевой задачи Газемана

$$\Phi^+[\alpha(t)] = G(t)\Phi^-(t) + g(t), \quad (3)$$

где

$$G(t) = \frac{\varepsilon(t)}{a(t)}, \quad g(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{f(t)}{a(t)}.$$

Так как  $a(t)$ ,  $\varepsilon(t)$ ,  $f(t)$  являются функциями класса  $B_{p,1}^{\frac{1}{p}}(\Gamma)$ ,  $1 < p < 2$  и  $a(t) \neq 0$  на  $\Gamma$ , то  $G(t)$  и  $g(t)$  также принадлежат классу  $B_{p,1}^{\frac{1}{p}}(\Gamma)$ ,  $1 < p < 2$ .

В силу того, что искомая функция представлена интегралом типа Коши, она должна удовлетворять дополнительному условию

$$\Phi^-(\infty) = 0.$$

Индекс уравнения (1) определяется формулой

$$\chi = \frac{1}{2\pi} \{ [\arg \varepsilon(t)]_r - [\arg a(t)]_r \},$$

где квадратная скобка означает изменение величины заключенной в скобку при однократном обходе контура в положительном направлении.

Таким образом, мы видим, что с помощью формулы (2) уравнение (1) преобразуется эквивалентной краевой задаче Газемана (3). Полное решение неоднородной краевой задачи Газемана (3) получено нами в работе [1, с. 7—24].

При  $\chi \geq 0$  общее решение задачи (3), исчезающее на бесконечности дается формулами

$$\begin{aligned} \Phi^+(z) &= \frac{X^+(z)}{2\pi i} \int_r \frac{\psi[\beta(\tau)]}{\tau - z} d\tau, \\ \Phi^-(z) &= \frac{X^-(z)}{2\pi i} \int_r \frac{\psi(\tau)}{\tau - z} d\tau + X^-(z) P_{\chi-1}(z), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $P_{\chi-1}(z)$  — произвольный полином степени не выше  $\chi - 1$ , причем  $P_{\chi-1}(z) = 0$  при  $\chi = 0$ ,  $\beta(t)$  — функция обратная к  $\alpha(t)$ , и нетрудно убедиться, что свойства  $\beta(t)$  такие же, как у  $\alpha(t)$ ,  $\psi(t)$  — общее решение интегрального уравнения

$$K\psi = P_{\chi-1}(t) + \frac{1}{2} \frac{f(t)}{a(t)X^+[\alpha(t)]}.$$

Каноническая функция  $X(z)$  имеет вид

$$X^+(z) = e^{\Gamma^+(z)}, \quad X^-(z) = z^{-\chi} e^{\Gamma^-(z)},$$

$$\Gamma^+(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{h[\beta(\tau)]}{\tau - z} d\tau, \quad \Gamma^-(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{h(\tau)}{\tau - z} d\tau,$$

где:  $h(t)$  — решение уравнения

$$Kh = \ln \left( t^{-\chi} \frac{\mathfrak{e}(t)}{a(t)} \right).$$

В силу леммы 1.1 [3, с. 359]  $h[\beta(t)] \in B_{p,1}^{\frac{1}{p}}(\Gamma)$ ,  $1 < p < 2$ .

Функция  $a(t)\mathfrak{e}(t) \neq 0$  на  $\Gamma$ , по условию принадлежит

$$B_{p,1}^{\frac{1}{p}}(\Gamma), \quad 1 < p < 2, \quad \text{а} \quad t \in C_v^1, \quad 1 < p < 2, \quad \frac{2}{p} - 1 < v \leq 1,$$

не обращается в нуль. Следовательно,  $\ln \left( t^{-\chi} \frac{\mathfrak{e}(t)}{a(t)} \right)$  принадлежит

пространству  $B_{p,1}^{\frac{1}{p}}(\Gamma)$ ,  $1 < p < 2$ . В силу леммы 1.2 [4, с. 61]

$$\Gamma^{\pm}(z) \in B_{p,1}^{\frac{2}{p}}(D), \quad 1 < p < 2, \quad \text{и, следовательно, имеем,}$$

что  $X^{\pm}(z) \in B_{p,1}^{\frac{2}{p}}(D) \subset \rightarrow C(\bar{D})$ ,  $1 < p < 2$ ,  $X^{\pm}(z) \neq 0$  на  $D + \Gamma$  [4, с. 62]. Согласно той же лемме, общее решение задачи, которое

дается формулами (4)  $\Phi(z) \in B_{p,1}^{\frac{2}{p}}(D) \subset \rightarrow C(\bar{D})$ ,  $1 < p < 2$ .

При  $\chi < 0$  решение задачи (3) существует лишь при выполнении условия

$$\int_{\Gamma} \frac{\tau^{k-1} f(\tau)}{a(\tau)} d\tau = 0, \quad k = 1, 2, \dots, -\chi.$$

В этом случае, задача имеет единственное решение, которое дается формулами (4) при  $P_{\chi-1}(z) = 0$ .

Вычислим по формулам Сохоцкого-Племеля краевые значения функции  $\Phi(z)$ :

$$\begin{aligned} \Phi^+(t) &= \frac{X^+(t)\psi[\beta(t)]}{2} + \frac{X^+(t)}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\psi[\beta(\tau)]}{\tau-t} d\tau, \\ \Phi^-(t) &= -\frac{X^-(t)\psi(t)}{2} + \frac{X^-(t)}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\psi(\tau)}{\tau-t} d\tau + X^-(t)P_{\chi-1}(t). \end{aligned}$$

Заметим, что  $\psi[\beta(t)] \in B_{p,1}^{\frac{1}{p}}(\Gamma) \subset \rightarrow C(\Gamma)$ ,  $1 < p < 2$   
 [2], [3, с. 359] и  $X^{\pm}(t) \in B_{p,1}^{\frac{1}{p}}(\Gamma) \subset \rightarrow C(\Gamma)$ ,  $1 < p < 2$ .

Следовательно, в силу [4]  $\Phi^+(t)$  и  $\Phi^-(t)$

принадлежат пространству  $B_{p,1}^{\frac{1}{p}}(\Gamma)$ ,  $1 < p < 2$ .

Затем по первой из формул (2) найдем решение уравнения (1):

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \Phi^+(t) - \Phi^-(t) = \\ &= \frac{X^+(t)\psi[\beta(t)]}{2} + \frac{X^+(t)}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\psi[\beta(\tau)]}{\tau-t} d\tau - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left( -\frac{X^-(t)\psi(t)}{2} + \frac{X^-(t)}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\psi(\tau)}{\tau-t} d\tau + X^-(t)P_{\alpha-1}(t) \right) = \\
& = \frac{X^+(t)\psi[\beta(t)] + X^-(t)\psi(t)}{2} + \frac{X^+(t)}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\psi[\beta(\tau)]}{\tau-t} d\tau - \\
& - \frac{X^-(t)}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\psi(\tau)}{\tau-t} d\tau - X^-(t)P_{\alpha-1}(t)
\end{aligned}$$

### Список литературы:

1. Альсейтов А.Г. Краевая задача Газемана в дробных пространствах Бесова // Естественные и математические науки в современном мире: материалы международной заочной научно-практической конференций. (22 июля 2013 г.) Новосибирск. Изд. «СибАК». — 2013. — 170 с.
2. Бесов О.В. Об условиях существования классического решения волнового уравнения // Сиб. матем. журнал. — 1967. — Т. 8. — № 2. — С. 243—256.
3. Бесов О.В., Ильин В.П., Никольский С.М. Интегральные представления функций и теоремы вложения. М.: Наука, 1975. — 480 с.
4. Блиев Н.К. Обобщенные аналитические функции в дробных пространствах. Алма-Ата: Наука, 1985. — 160 с.
5. Блиев Н.К. Сингулярные интегральные операторы с ядром Коши в дробных пространствах // Сиб. матем. журнал. — 2006. — Т. 47. — № 1. — С. 37—45.
6. Bliiev N.K. Generalized analytic functions in fractional spaces and some applications // Международная конференция «Дифференциальные уравнения, теория функций и приложения», посвященная 100-летию со дня рождения академика И.Н. Векуа. Новосибирск. — 2007. — 668 с.

**КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ГАЗЕМАНА  
В КЛАССЕ ОБОБЩЕННЫХ  
АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ  
В ДРОБНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ БЕСОВА**

*Альсейтов Амангельды Гумарович*  
*учитель математики, гимназия «Умит»,*  
*г. Уральск, Казахстан*  
*E-mail: [alseyytov@rambler.ru](mailto:alseyytov@rambler.ru)*

**HASEMAN'S BOUNDARY VALUE PROBLEM  
IN THE CLASS OF GENERALIZED ANALYTIC  
FUNCTIONS IN BESOV'S FRACTIONAL SPACES**

*Alseitov Amangeldy Gumarovich*  
*teacher of mathematics, gymnasium "Umit",*  
*Uralsk city, Kazakhstan*

**АННОТАЦИЯ**

Настоящая работа посвящена исследованию и решению краевой задачи Газемана в классе обобщенных аналитических функций в дробных пространствах Бесова, вложенных в пространство непрерывных функций, но не вложенных в класс непрерывных по Гельдеру функций. С помощью эквивалентных преобразований исследуемая задача сводится к обычной краевой задаче Газемана в дробных пространствах Бесова, решенной автором ранее.

**ABSTRACT**

The present work is devoted to investigation and solution of Haseman's boundary value problem in the class of generalized analytic functions in Besov's fractional spaces embedded in the space of continuous functions, but not nested in the class of Holder continuous functions. With the help of equivalent transformations of the investigated problem is reduced to the usually Haseman's boundary value problem in Besov's fractional spaces, solved earlier by the author.

**Ключевые слова:** контур Ляпунова; дробное пространство; сингулярное интегральное уравнение; краевая задача со сдвигом;

вполне непрерывный оператор; краевая задача Газемана; интеграл типа Коши.

**Keywords:** Lyapunov's boundary; fractional space; singular integral equation; boundary value problem with shift; completely continuous operator; Haseman's boundary value problem; Cauchy-type integral.

Результаты полученные в работах [1] и [2], позволяют нам в дальнейшем изучить обобщенную задачу Газемана для эллиптических систем уравнений с частными производными первого порядка с коэффициентами из дробных пространств Бесова.

Рассмотрим систему уравнений эллиптического типа

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} = a(x, y)u + b(x, y)v + f(x, y), \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = c(x, y)u + d(x, y)v + g(x, y) \end{cases}. \quad (1)$$

Известно [5], что с помощью оператора комплексного дифференцирования

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right)$$

систему (1) можно переписать в комплексной форме

$$\frac{\partial W}{\partial z} + AW + B\bar{W} = F, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} W(z) &= u(x, y) + iv(x, y), \\ A &= \frac{1}{4}(a - d + ic + ib), \quad B = \frac{1}{4}(a + d + ic - ib), \\ F &= \frac{1}{2}(f + ig). \end{aligned}$$

При  $a = b = c = d = f = g = 0$  система (1) переходит в систему уравнений Коши-Римана, определяющую аналитическую функцию  $\Phi(z) = u + iv$ , и имеющую следующую комплексную форму

$$\frac{\partial W}{\partial z} = 0.$$

Как известно из теории функций комплексной переменной, для любой аналитической функции комплексная производная по  $\bar{z}$  равна нулю, и обратно, если эта производная равна нулю, то функция аналитическая.

К системе (1) приводится довольно широкий класс эллиптических систем первого порядка и уравнений второго порядка [5, гл. II, III, §§ 7, 9]. Кроме того, изучение систем вида (1) весьма важно и с точки зрения приложений, так как к нахождению их непрерывных решений, удовлетворяющих тем или иным требованиям, сводятся многие задачи из анализа, геометрии и механики [5, гл. II, V, VI].

Теория обобщенных решений уравнения (2), где коэффициенты  $A$ ,  $B$  и свободный член  $F$  принадлежат  $L_p$ ,  $(L_{p,2}(E))$ ,  $p > 2$  (определение  $L_{p,2}(E)$  см. п. 1 раздела 1), построена И.Н.Векуа [5]. Доказано, что при этих условиях неоднородное уравнение (2) всегда имеет обобщенное решение в области  $D^+$ , непрерывное по Гельдеру с показателем  $\alpha = \frac{p-2}{p}$  в  $\overline{D^+}$ .

Для обобщенных решений  $W(z)$  однородного уравнения

$$\frac{\partial W}{\partial z} + AW + B\bar{W} = 0 \quad (3)$$

доказана справедливость формулы

$$W(z) = \Phi(z)e^{\omega(z)},$$

где:  $\Phi(z)$  — аналитическая в  $D^+$  функция,

а  $\omega(z) = -T_G \left( A + B \frac{\overline{W}}{W} \right) \in C(E)$ , указывающей на глубокие связи

между классом обобщенных решений уравнения (3) и классом аналитических функций. С их помощью распространены на обобщенные уравнения (3) многие свойства аналитических функций от  $Z$ , как принцип аргумента, принцип максимума, теорема Лиувилля, теоремы единственности и другие. Поэтому обобщенные решения уравнения (3) названы И.Н. Векуа обобщенными аналитическими функциями, а само уравнение (3) — обобщенным уравнением Коши-Римана [5, с. 148].

Н.К. Блиевым [4] теория обобщенных аналитических функций продолжена на дробные пространства Бесова.

О возможности постановки краевой задачи Газемана для системы (1) в работах И.Н. Векуа не упоминается. Между тем эта краевая задача имеет как с принципиальной точки зрения, так и с точки зрения приложений такой же интерес, как и задача Гильберта. Известно, что обычная задача Римана (так мы будем называть задачу Римана для аналитических функций, т. е. задачу Римана без сдвига) применяется в плоской теории упругости. Например, к ней непосредственно сводится первая краевая задача для плоскости с прямолинейными щелями [5, с. 319]. Аналогичную задачу, как предполагал Л.Г. Михайлов [7], очевидно, можно ставить и для упругих оболочек. Рассматривая бесконечную оболочку со щелями и задавая краевые условия на щелях, мы приходим к задаче Газемана для системы (1).

К системе вида (1) сводятся системы уравнений с частными производными первого порядка эллиптического типа и эллиптические уравнения второго порядка в случае двух независимых переменных, а также весьма широкий класс уравнений с частными производными второго порядка [5, с. 19].

Пусть  $\Gamma$  — простой замкнутый контур класса Ляпунова  $C_\nu^1$ ,

$\frac{2}{p} - 1 < \nu \leq 1$ , ограничивающий односвязную ограниченную область

$D^+$  комплексной плоскости  $E$ . Дополнение замкнутой области

$D^+ + \Gamma$  до полной плоскости обозначим через  $D^-$ .

Не ограничивая общности можно считать, что начало координат

$z = 0$  принадлежит области  $D^+$ . Положительным направлением на контуре  $\Gamma$  будем считать то направление, которое область  $D^+$  оставляет слева.

Пусть  $\alpha(t)$  — функция, которая переводит контур  $\Gamma$  в себя с сохранением направления и имеет производную  $\alpha'(t)$ , отличную от нуля всюду на  $\Gamma$  и принадлежащую пространству функций  $\frac{1}{B_{p,1}^p(\Gamma)}$ ,  $1 < p < 2$ . Из этих условий следует, что функция  $\beta(t)$ , обратная к  $\alpha(t)$ , обладает теми же свойствами, что и  $\alpha(t)$ .

На контуре  $\Gamma$  заданы функции  $G(t)$  и  $g(t)$ , принадлежащие  $\frac{1}{B_{p,1}^p(\Gamma)}$ ,  $1 < p < 2$ , причем  $G(t) \neq 0$  на  $\Gamma$ .

**Постановка задачи.** Найти кусочно-регулярное решение  $W(z) = u(z) + iv(z)$  уравнения

$$\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} + A(z)W + B(z)\bar{W} = F(z), \quad (4)$$

имеющее конечный порядок на бесконечности и удовлетворяющее на контуре  $\Gamma$  краевому условию

$$W^+[\alpha(t)] = G(t)W^-(t) + g(t). \quad (5)$$

Коэффициенты  $A(z)$ ,  $B(z)$  и  $F(z)$  считаем принадлежащими пространству функций  $B_{p,1}^\alpha(E)$ ,  $\alpha = \frac{2}{p} - 1$ ,  $1 < p < 2$ .

Для рассматриваемых нами пространств имеют место вложения

$$B_{p,1}^\alpha(D) \subset \rightarrow L_2(D), \text{ но } B_{p,1}^\alpha(D) \not\subset \rightarrow L_q(D), \quad q > 2 \text{ [3],}$$

при  $1 < p < 2$   $B_{p,1}^p(\Gamma) \hookrightarrow C(\Gamma)$ , но  $B_{p,1}^p(\Gamma) \not\hookrightarrow C_\beta(\Gamma)$   
 ни при каком  $0 < \beta < 1$  [4, с. 62].

Уравнение (1)

$$\frac{\partial \overline{W}}{\partial \overline{z}} + A(z)W + B(z)\overline{W} = F(z)$$

можно упростить. Для этого положим

$$W(z) = V(z) \cdot e^{-\omega(z)},$$

где  $\omega(z)$  определяется формулой

$$\omega(z) = -\frac{1}{\pi} \iint_E \frac{A(\zeta)}{\zeta - z} dE_\zeta \in C(E),$$

а  $V(z)$  — аналитическая функция [4, с. 69].

Тогда

$$\overline{W(z)} = \overline{V(z)} \cdot e^{-\overline{\omega(z)}}$$

и

$$\frac{\partial \overline{W}}{\partial \overline{z}} = \frac{\partial}{\partial \overline{z}}(V(z) \cdot e^{-\omega(z)}) = \frac{\partial V}{\partial \overline{z}} \cdot e^{-\omega(z)} - V(z) \cdot e^{-\omega(z)} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial \overline{z}}.$$

В силу

$$\frac{\partial \omega}{\partial \overline{z}} = A(z) \text{ [4, с. 30]}$$

последнее уравнение можно переписать в следующем виде

$$\frac{\partial \overline{W}}{\partial z} = \frac{\partial V}{\partial z} \cdot e^{-\omega(z)} - A(z) \cdot V(z) \cdot e^{-\omega(z)}.$$

Вставляя в уравнении (1) вместо  $\frac{\partial \overline{W}}{\partial z}$ ,  $W$ ,  $\overline{W}$  полученные выше выражения, имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial z} \cdot e^{-\omega(z)} - A(z) \cdot V(z) \cdot e^{-\omega(z)} + A(z) \cdot V(z) \cdot e^{-\omega(z)} \\ + B(z) \cdot \overline{V(z)} \cdot e^{-\overline{\omega(z)}} = F(z). \end{aligned}$$

Отсюда

$$\frac{\partial V}{\partial z} \cdot e^{-\omega(z)} + B(z) \cdot \overline{V(z)} \cdot e^{-\overline{\omega(z)}} = F(z)$$

или

$$\frac{\partial V}{\partial z} + B(z) \cdot \overline{V(z)} \cdot e^{\omega(z) - \overline{\omega(z)}} = F(z) \cdot e^{\omega(z)}.$$

Обозначив  $B(z) \cdot e^{\omega(z) - \overline{\omega(z)}}$  через  $C(z)$ , а  $F(z) \cdot e^{\omega(z)}$  через  $H(z)$  имеем

$$\frac{\partial V}{\partial z} + C(z) \cdot \overline{V} = H(z). \quad (6)$$

Отсюда получаем, что  $C(z)$ ,  $H(z)$  принадлежат пространству функций  $B_{p,1}^\alpha(E)$ ,  $\alpha = \frac{2}{p} - 1$ ,  $1 < p < 2$ .

Таким образом, не ограничивая общности, можем ограничиться рассмотрением уравнения (6).

Итак, вместо уравнения (4), не нарушая общности можно рассматривать уравнение

$$\frac{\partial W}{\partial z} + A(z)\bar{W} = B(z). \quad (7)$$

В дальнейшем будем рассматривать краевую задачу Газемана именно для уравнения (7); сначала для однородного

$$\frac{\partial W}{\partial z} + A(z)\bar{W} = 0, \quad (8)$$

затем для неоднородного (7).

Однородной задачей Газемана будем называть такую задачу, когда однородно как краевое условие, так и само уравнение. В остальных случаях задача называется неоднородной.

Различные сочетания краевого условия и уравнения дают следующие случаи:

Однородная задача Газемана.

Краевое условие

$$W^+[\alpha(t)] = G(t)W^-(t),$$

Уравнение

$$\frac{\partial W}{\partial z} + A(z)\bar{W} = 0.$$

Неоднородные задачи Газемана.

Краевое условие

$$W^+[\alpha(t)] = G(t)W^-(t),$$

Уравнение

$$\frac{\partial W}{\partial z} + A(z)\bar{W} = B(z).$$

Краевое условие

$$W^+[\alpha(t)] = G(t)W^-(t) + g(t),$$

Уравнение

$$\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} + A(z)\bar{W} = 0$$

или

$$\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} + A(z)\bar{W} = B(z).$$

Обычная краевая задача Газемана в дробных пространствах Бесова рассмотрена нами в работе [2].

Следуя методу работы [2], решение задачи начнем с простейшего случая

$$W^+[\alpha(t)] = W^-(t). \quad (9)$$

Из  $\alpha'(t) \in B_{p,1}^{\frac{1}{p}}(\Gamma)$ ,  $1 < p < 2$  следует, что  $\alpha(t) \in B_{p,1}^{\frac{2}{p}}(\Gamma)$ ,  $1 < p < 2$ , откуда в силу леммы [4, с. 19]  $W(t) \in B_{p,1}^{\frac{1}{p}}(\Gamma)$ ,  $1 < p < 2$ .

Из связи  $W(z)$  с аналитическими функциями

$$W(z) = \varphi(z) \cdot e^{\omega(z)} \quad (10)$$

можем доказать следующую лемму.

**Лемма 1.** Если  $W(z)$  кусочно-регулярное решение уравнения (8), исчезающее на бесконечности и если  $W(z)$  удовлетворяет условию (9), то  $W(z) \equiv 0$ .

**Доказательство.** Доказательство проведем от противного. Пусть краевая задача (9) имеет отличное от тождественного нуля решение  $W(z)$ . Представляя функцию  $W(z)$  по формуле (10)  $W(z) = \varphi(z) \cdot e^{\omega(z)}$  и подставляя в (9), имеем

$$\varphi^+[\alpha(t)] \cdot e^{\omega[\alpha(t)]} = \varphi^-(t) \cdot e^{\omega(t)}$$

или

$$\varphi^+[\alpha(t)] = e^{\omega(t) - \omega[\alpha(t)]} \cdot \varphi^-(t). \quad (11)$$

Нетрудно установить эквивалентность краевых задач (9) и (11). Если  $W(z)$  нетривиальное решение уравнения (9), то  $\varphi(z) = W(z) \cdot e^{-\omega(z)}$  нетривиальное решение задачи (11).

С другой стороны (11) представляет собой обычную однородную задачу Газемана с коэффициентом  $e^{\omega(t) - \omega[\alpha(t)]}$ , индекс которого

$$Inde^{\omega(t) - \omega[\alpha(t)]} = 0.$$

Такая задача, как известно [2], не имеет решений, отличных от тривиального. Полученное противоречие показывает справедливость леммы.

Согласно обобщенным формулам Коши [4, с. 101]

$$\begin{aligned} W(z) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_1(z, \tau) W^+(\tau) d\tau - \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_2(z, \tau) \overline{W^+(\tau)} d\bar{\tau}, \quad z \in D^+, \\ W(z) &= - \left[ \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_1(z, \tau) W^-(\tau) d\tau - \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_2(z, \tau) \overline{W^-(\tau)} d\bar{\tau} \right], \quad z \in D^- \end{aligned} \quad (12)$$

Если уравнение (9) имеет решение, то оно допускает представление (12), где плотности связаны соотношением

$$W^+[\alpha(t)] = W^-(t)$$

или

$$W^+(t) = W^-[\beta(t)],$$

здесь  $\beta(t)$  — функция, обратная к функции  $\alpha(t)$  и у нее свойства такие же, как у  $\alpha(t)$ .

Обозначив  $W^-(t)$  через  $\varphi(t)$ , можем переписать (12) в виде

$$\begin{aligned} W(z) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_1(z, \tau) \varphi[\beta(\tau)] d\tau - \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_2(z, \tau) \overline{\varphi[\beta(\tau)]} d\bar{\tau}, \quad z \in D^+, \\ W(z) &= - \left[ \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_1(z, \tau) \varphi(\tau) d\tau - \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_2(z, \tau) \overline{\varphi(\tau)} d\bar{\tau} \right], \quad z \in D^-. \end{aligned} \quad (13)$$

Для нахождения контурных значений функции (13) воспользуемся формулами предельных значений обобщенного интеграла типа Коши [4, с. 107]:

$$\begin{aligned} W^+(t) &= \frac{1}{2} \varphi[\beta(t)] + \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_1(t, \tau) \varphi[\beta(\tau)] d\tau - \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_2(t, \tau) \overline{\varphi[\beta(\tau)]} d\bar{\tau}, \\ W^-(t) &= - \left[ -\frac{1}{2} \varphi(t) + \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_1(t, \tau) \varphi(\tau) d\tau - \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_2(t, \tau) \overline{\varphi(\tau)} d\bar{\tau} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \varphi(t) - \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_1(t, \tau) \varphi(\tau) d\tau + \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_2(t, \tau) \overline{\varphi(\tau)} d\bar{\tau}. \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} W^+[\alpha(t)] &= \frac{1}{2} \varphi(t) + \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_1[\alpha(t), \tau] \varphi[\beta(\tau)] d\tau - \Omega_2[\alpha(t), \tau] \overline{\varphi[\beta(\tau)]} d\bar{\tau} = \\ &= \frac{1}{2} \varphi(t) + \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_1[\alpha(t), \alpha(\tau)] \alpha'(\tau) \varphi(\tau) d\tau - \Omega_2[\alpha(t), \alpha(\tau)] \cdot \overline{\alpha'(\tau)} \cdot \overline{\varphi(\tau)} d\bar{\tau}. \end{aligned}$$

Найденные для  $W^+[\alpha(t)]$  и  $W^-(t)$  выражения подставим в (9):

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\varphi(t) + \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_1[\alpha(t), \alpha(\tau)] \alpha'(\tau) \varphi(\tau) d\tau - \Omega_2[\alpha(t), \alpha(\tau)] \cdot \overline{\alpha'(\tau)} \cdot \overline{\varphi(\tau)} d\bar{\tau} = \\ = \frac{1}{2}\varphi(t) - \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_1(t, \tau) \varphi(\tau) d\tau + \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_2(t, \tau) \overline{\varphi(\tau)} d\bar{\tau}. \end{aligned}$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma} \Omega_1[\alpha(t), \alpha(\tau)] \alpha'(\tau) \varphi(\tau) d\tau - \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_2[\alpha(t), \alpha(\tau)] \overline{\alpha'(\tau)} \cdot \overline{\varphi(\tau)} d\bar{\tau} + \\ + \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_1(t, \tau) \varphi(\tau) d\tau - \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_2(t, \tau) \overline{\varphi(\tau)} d\bar{\tau} = 0. \quad (14) \end{aligned}$$

Используя свойства ядер  $\Omega_1(z, t)$  и  $\Omega_2(z, t)$  [4, с. 98]

$$\begin{aligned} \Omega_1(z, t) - \frac{1}{t-z} = o(|z-t|^{-1}), \\ \Omega_2(z, t) = o(|z-t|^{-1}) \end{aligned}$$

преобразуем уравнение (14)

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \left[ \frac{1}{\alpha(\tau) - \alpha(t)} + o(|\alpha(t) - \alpha(\tau)|^{-1}) \right] \alpha'(\tau) \varphi(\tau) d\tau - \\ - \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} o(|\alpha(t) - \alpha(\tau)|^{-1}) \overline{\alpha'(\tau)} \cdot \overline{\varphi(\tau)} d\bar{\tau} \\ + \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \left[ \frac{1}{\tau - t} + o(|t - \tau|^{-1}) \right] \varphi(\tau) d\tau - \\ - \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} o(|t - \tau|^{-1}) \overline{\varphi(\tau)} d\bar{\tau} = 0, \end{aligned}$$

далее, перегруппировав левую часть последнего уравнения, получим

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \left[ \frac{\alpha'(\tau)}{\alpha(\tau) - \alpha(t)} + \frac{1}{\tau - t} \right] \varphi(\tau) d\tau + \\
& + \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \left[ o(|\alpha(t) - \alpha(\tau)|^{-1}) \cdot \alpha'(\tau) + o(|t - \tau|^{-1}) \right] \varphi(\tau) d\tau - \\
& - \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \left[ o(|\alpha(t) - \alpha(\tau)|^{-1}) \overline{\alpha'(\tau)} + \rho(|t - \tau|^{-1}) \cdot \overline{\varphi(\tau)} \right] d\bar{\tau} = 0. \quad (15)
\end{aligned}$$

Введя обозначения

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2\pi i} \cdot \left[ o(|\alpha(t) - \alpha(\tau)|^{-1}) \cdot \alpha'(\tau) + o(|t - \tau|^{-1}) \right] = A_1(t, \tau), \\
& - \frac{1}{2\pi i} \cdot \left[ o(|\alpha(t) - \alpha(\tau)|^{-1}) \cdot \overline{\alpha'(\tau)} + o(|t - \tau|^{-1}) \right] = A_2(t, \tau) \quad (16)
\end{aligned}$$

перепишем (15) в виде

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \left[ \frac{\alpha'(\tau)}{\alpha(\tau) - \alpha(t)} + \frac{1}{\tau - t} \right] \varphi(\tau) d\tau + \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} A_1(t, \tau) \varphi(\tau) d\tau - \\
& - \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} A_2(t, \tau) \cdot \overline{\varphi(\tau)} d\bar{\tau} = 0. \quad (17)
\end{aligned}$$

Из (16) видно, что ядра  $A_1(t, \tau)$  и  $A_2(t, \tau)$  имеют слабые особенности, т. е. являются фредгольмовыми ядрами. Тогда интегральные операторы  $\int_{\Gamma} A_1(t, \tau) \varphi(\tau) d\tau$  и  $\int_{\Gamma} A_2(t, \tau) \cdot \overline{\varphi(\tau)} d\bar{\tau}$  являются вполне непрерывными операторами.

Совершив предварительно преобразование

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \left[ \frac{\alpha'(\tau)}{\alpha(\tau) - \alpha(t)} + \frac{1}{\tau - t} \right] \varphi(\tau) d\tau = \\ & \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \left[ \frac{\alpha'(\tau)}{\alpha(\tau) - \alpha(t)} - \frac{1}{\tau - t} + 2 \frac{1}{\tau - t} \right] \varphi(\tau) d\tau = \\ & = \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\varphi(\tau)}{\tau - t} d\tau + \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \left[ \frac{\alpha'(\tau)}{\alpha(\tau) - \alpha(t)} - \frac{1}{\tau - t} \right] \varphi(\tau) d\tau, \end{aligned}$$

выделим характеристическую часть сингулярного интегрального уравнения (17):

$$K\varphi \equiv \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\varphi(\tau)}{\tau - t} d\tau + \int_{\Gamma} K_1(t, \tau) \varphi(\tau) d\tau + \int_{\Gamma} K_2(t, \tau) \overline{\varphi(\tau)} d\bar{\tau} = 0, \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} K_1(t, \tau) &= A_1(t, \tau) + \frac{1}{2\pi i} \cdot \left[ \frac{\alpha'(\tau)}{\alpha(\tau) - \alpha(t)} - \frac{1}{\tau - t} \right], \\ K_2(t, \tau) &= A_2(t, \tau). \end{aligned}$$

В силу теоремы [1, с. 7] оператор

$$\int_{\Gamma} \left[ \frac{\alpha'(\tau)}{\alpha(\tau) - \alpha(t)} - \frac{1}{\tau - t} \right] \varphi(\tau) d\tau$$

есть вполне непрерывный оператор. Таким образом, ядра  $K_1(t, \tau)$  и  $K_2(t, \tau)$  того же типа, что и ядра  $A_1(t, \tau)$  и  $A_2(t, \tau)$ . В работе Г.Ф. Манджавидзе [6] доказано, что для уравнений типа (18) справедливы теоремы Нетера, понимая линейную зависимость в смысле комбинаций с действительными коэффициентами. По этой

причине вместо  $\chi$  фигурирует  $2\chi$ , разность числа решений данного уравнения и союзного уравнения равная

$$k - k' = 2\chi. \quad (19)$$

Индекс уравнения (18) равен нулю, поэтому теоремы Нетера превращаются в теоремы Фредгольма.

**Теорема.** Интегральное уравнение (18) не имеет решений, отличных от тривиального.

Доказательство. Допустив обратное, рассмотрим функцию  $W(z)$ , определяемую формулами (13). Из самого способа получения уравнения (18) следует, что его можно переписать в виде

$$W^+[\alpha(t)] = W^-(t).$$

В силу леммы отсюда вытекает, что  $W(z) \equiv 0$ .

Таким образом,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_1(z, \tau) \varphi[\beta(\tau)] d\tau - \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_2(z, \tau) \overline{\varphi[\beta(\tau)]} d\bar{\tau} &\equiv 0, \quad z \in D^+, \\ \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_1(z, \tau) \varphi(\tau) d\tau - \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \Omega_2(z, \tau) \overline{\varphi(\tau)} d\bar{\tau} &\equiv 0, \quad z \in D^-. \end{aligned} \quad (20)$$

Обобщенному интегралу типа Коши взаимно однозначно соответствует интеграл типа Коши [4, с. 107],

Поэтому из (20) следует

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\varphi[\beta(\tau)]}{\tau - z} d\tau &\equiv 0, \quad z \in D^+, \\ \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\varphi(\tau)}{\tau - z} d\tau &\equiv 0, \quad z \in D^-. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что  $\varphi(t) \equiv 0$  [7].

Теорема доказана.

Из этой теоремы и альтернативы Фредгольма вытекает, что неоднородное уравнение

$$K\varphi \equiv f$$

имеет и притом единственное решение при любой правой части  $f(x)$ .

Тем самым мы показали, что краевая задача Газемана (4)—(5) в классе обобщенных аналитических функций в дробных пространствах Бесова эквивалентна рассмотренной и полностью решенной нами в работе [2, с. 7—24] краевой задаче Газемана в дробных пространствах Бесова.

### Список литературы:

1. Альсейтов А.Г. О вполне непрерывности одного интегрального оператора в дробных пространствах О.В. Бесова // Тезисы II Международной научной конференции «Проблемы дифференциальных уравнений, анализа и алгебры», Актобе, 1999. — С. 7.
2. Альсейтов А.Г. Краевая задача Газемана в дробных пространствах Бесова // Естественные и математические науки в современном мире: материалы международной заочной научно-практической конференций. (22 июля 2013 г.) Новосибирск. Изд. «СибАК». — 2013. — 170 с.
3. Бесов О.В., Ильин В.П., Никольский С.М. Интегральные представления функций и теоремы вложения. М.: Наука, 1975. — 480 с.
4. Блиев Н.К. Обобщенные аналитические функции в дробных пространствах. Алма-Ата: Наука, 1985. — 160 с.
5. Векуа И.Н. Обобщенные аналитические функции. М.: Физматгиз, 1959. — 628 с.
6. Манджавидзе Г.Ф. Об одном классе сингулярных интегральных уравнений со сдвигом // Докл. АН СССР. — 1958. — Т. 123. — № 5. — С. 791—794.
7. Михайлов Л.Г. Краевая задача типа задачи Римана для систем дифференциальных уравнений первого порядка эллиптического типа и некоторые интегральные уравнения // Учен. зап. Тадж. ун-та. — 1957. — Т. 10. — С. 32—79.

**1.2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ,  
ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ  
И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ**

**АНАЛОГ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ  
ДЛЯ УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ  
ВТОРОГО ПОРЯДКА  
С ОТКЛОНЯЮЩИМСЯ АРГУМЕНТОМ**

*Бжеумихова Оксана Игоревна*

*аспирант кафедры дифференциальных уравнений  
Кабардино-Балкарского государственного университета,  
г. Нальчик*

*E-mail: [bgoksana@rambler.ru](mailto:bgoksana@rambler.ru)*

**ANALOG THE DIRICHLET PROBLEM  
FOR THE PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION  
OF SECOND ORDER WITH DEVIATING ARGUMENTS**

*Bzheumihova Oksana Igorevna*

*postgraduate student of differential equations department  
of Kabardino-Balkarian State University,  
Nalchik*

**АННОТАЦИЯ**

Исследован аналог задачи Дирихле для уравнения в частных производных второго порядка с отклоняющимся аргументом в прямоугольной области. Вопрос разрешимости задачи, в требуемом классе функций, редуцирован к разрешимости, соответствующего обыкновенного дифференциального уравнения с отклоняющимся аргументом, решение которого построено с помощью функции Грина.

**ABSTRACT**

Investigates analogue of the Dirichlet problem for partial differential equations of the second order with deviating argument in a rectangular area. Question solvability in the required class of functions is reduced to the

solvability of the corresponding ordinary differential equations with deviating argument, the solution of what has been built with the help of the Green's function.

**Ключевые слова:** уравнение в частных производных; задача Дирихле; преобразование Фурье; функция Грина; отклоняющийся аргумент.

**Keywords:** partial differential equation; the Dirichlet problem; the Fourier transform; the Green's function; deviating argument.

Продолжая исследования уравнений с отклоняющимся аргументом и краевых задач для них [6], [7], [2]—[4], рассмотрим уравнение

$$u_{xx}(x, t) + u_{tt}(x, t) + \alpha u(x, t) + p(t)u(x, h(t)) = 0 \quad (1)$$

в области  $\Omega = \{(x, y) | 0 \leq x \leq x_0, 0 \leq t \leq 1\}$ , где  $p(t)$  — суммируемая,  $h(t)$  — измеримая функции,  $x_0 > 0$ ,  $\alpha = const$ .

**Задача D.** Найти регулярное в области  $\Omega$  решение  $u(x, y)$  уравнения (1) из класса  $u(x, t) \in C(\bar{\Omega}) \cap C^2(\Omega)$ , удовлетворяющее крайевым условиям

$$u(0, t) = \varphi_1(t), u(x_0, t) = \varphi_2(t), \quad (2)$$

$$u(x, 0) = \varphi_3(x), u(x, 1) = \varphi_4(x), \quad (3)$$

где:  $\varphi_i$  — заданные достаточно гладкие функции, причем  $\varphi_1(0) = \varphi_3(0)$ ,  $\varphi_1(1) = \varphi_4(0)$ ,  $\varphi_2(0) = \varphi_3(x_0)$ ,  $\varphi_2(1) = \varphi_4(x_0)$ .

Применяя конечное синус-преобразование Фурье [7]

$$\bar{f}_s(n) = \int_0^a f(x) \sin \frac{n\pi x}{a} dx \quad (4)$$

и учитывая условия (2), аналогично [2], получим:

$$\begin{aligned} v''_n(t) - \frac{n^2\pi^2}{x_0^2}v_n(t) + \alpha v_n(t) + p(t)v_n(h(t)) = \\ = -\frac{n\pi}{x_0}[(-1)^{n+1}\varphi_2(t) + \varphi_1(t)], \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$v_n(t) = \int_0^{x_0} u(x, t) \sin \frac{n\pi x}{x_0} dx.$$

В частном случае, при  $\alpha = \frac{n^2\pi^2}{x_0^2}$  уравнение (5) принимает вид:

$$v''_n(t) + p(t)v_n(h(t)) = -\frac{n\pi}{x_0} [(-1)^{n+1}\varphi_2(t) + \varphi_1(t)]. \quad (6)$$

Применяя преобразование (4) к условиям (3), будем иметь

$$v_n(0) = \int_0^{x_0} \varphi_3(x) \sin \frac{n\pi x}{x_0} dx, v_n(1) = \int_0^{x_0} \varphi_4(x) \sin \frac{n\pi x}{x_0} dx. \quad (7)$$

Далее, вводя замену

$$z_n(t) = v_n(t) + \int_0^{x_0} [\varphi_3(x)t + \varphi_4(x)t - \varphi_3(x)] \sin \frac{n\pi x}{x_0} dx \quad (8)$$

приведем задачу (6), (7) к соответствующей однородной задаче:

$$z''_n(t) + p(t)z_n(h(t)) = f(t), \quad (9)$$

$$z_n(0) = z_n(1) = 0, \quad (10)$$

где

$$f(t) = -\frac{n\pi}{x_0} [(-1)^{n+1}\varphi_2(t) + \varphi_1(t)] + p(t) \int_0^{x_0} [\varphi_3(x)t + \varphi_4(x)t - \varphi_3(x)] \sin \frac{n\pi x}{x_0} dx.$$

Используя результаты работы [1] представим решение полученной задачи (9), (10) в виде:

$$z_n(t) = \int_0^1 G(t, s)f(s)ds, \quad (11)$$

где:  $G(t, s)$  — функция Грина уравнения (9).

Из (8) с учетом (11) находим:

$$v_n(t) = \int_0^1 G(t, s)f(s)ds - \int_0^{x_0} [\varphi_3(x)t + \varphi_4(x)t - \varphi_3(x)] \sin \frac{n\pi x}{x_0} dx.$$

Применяя к последнему неравенству, обратное синус-преобразование Фурье [5]

$$f(x) = \frac{2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{f}_s(n) \sin \frac{n\pi x}{a},$$

получим:

$$u(x, t) = \frac{2}{x_0} \sum_{n=1}^{\infty} v_n(t) \sin \frac{n\pi x}{x_0} dx. \quad (12)$$

Следовательно, решение задачи D, при указанных предположениях относительно  $\alpha$ , представимо в виде (12).

Так как система  $\left\{ \sin \frac{n\pi x}{x_0} \right\}_{n=1}^{\infty}$  образует базис в  $L_2[0, x_0]$ , то ряд (12) сходится в  $L_2[0, x_0]$  при любом  $t \in [0, 1]$ .

Следуя [6], [4] предположим, что  $\varphi_1(t) = \varphi_2(t) = 0$ ,  $\varphi_3(x) = \varphi_4(x) = 0$ , т. е. что задача D однородна. Тогда на основании равенств (8), (9), будем иметь  $u \equiv 0$  для всех  $x \in [0, x_0]$  и  $t \in [0, 1]$ . Таким образом убеждаемся в единственности решения задачи D.

### Список литературы:

1. Иноземцева И.Н., Комленко Ю.В., Пак С.А. Построение функции Грина для дифференциального уравнения с отклоняющимся аргументом // Математические заметки. — 1975. — Т. 17, — № 3. — С. 443—448.
2. Лесев В.Н., Бжеумихова О.И. Задачи для смешанных уравнений и уравнений с отклоняющимся аргументом. Единственность и существование решений. Saarbrucken (Germany): Palmarium Academic Publishing. 2012. — 147 p.
3. Лесев В.Н., Бжеумихова О.И. Об однозначной разрешимости задачи Неймана для эллиптического уравнения с отклоняющимся аргументом // Экологический вестник научных центров ЧЭС, — 2012. — № 3. — С. 41—46.

4. Лесев В.Н., Бжеумихова О.И. Применение метода Фурье к исследованию задачи Дирихле для уравнения с отклоняющимся аргументом и оператором Лапласа в главной части // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. — 2012. — № 07(81). — [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: <http://ej.kubagro.ru/2012/07/pdf/46.pdf>.
5. Снеддон И. Преобразования Фурье. М.: Иностранная литература, 1955. — 667 с.
6. Vzheumikhova O.I., Lesev V.N. Application of Fourier method to investigation of the Dirichlet problem for partial differential equations with deviating arguments // International Journal of Differential Equations and Applications. — 2013. — Vol. 12, — № 2. — P. 103—120.
7. Vzheumikhova O.I., Lesev V.N. On the issue of the relationships of differential equations with distributed deviating arguments and equations with fractional integrals // Modern scientific research and their practical application. — 2012. — Vol. J31209. — P. 16—19.

## **СЕКЦИЯ 2.**

### **ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

#### **2.1. СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ**

##### **ИССЛЕДОВАНИЕ КОМБИНАЦИИ ДЕТЕКТОРА ИМПУЛЬСНОГО ШУМА В БИНАРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЯХ И ПРОЦЕНТИЛЬНЫХ ФИЛЬТРОВ**

*Кузьмин Сергей Александрович*

*старший преподаватель, СПбГУАП,*

*г. Санкт-Петербург*

*E-mail: [kuzmin\\_serg@list.ru](mailto:kuzmin_serg@list.ru)*

##### **RESEARCH FOR COMBINATION OF DETECTOR OF IMPULSE NOISE IN BINARY IMAGES AND PERCENTILE FILTERS**

*Kuzmin Sergey Alexandrovich*

*teaching fellow, SPb SUAI,*

*Saint-Petersburg*

##### **АННОТАЦИЯ**

В задачах поиска объектов на изображениях часто применяется операция бинаризации. При этом возникают ошибки первого и второго рода. Они могут быть смоделированы биполярным шумом. Рассматривается система подавления этих шумов путем использования детектора вероятности зашумления изображения и адаптивных процентильных фильтров.

## ABSTRACT

Binarization is often used in the tasks of finding objects in the images. Thus appears false positives and false negatives. They can be simulated by bipolar noise. This article is devoted to system of suppression of noise by using a detector of probability of noise in image and adaptive percentile filters.

**Ключевые слова:** бинаризация, импульсный шум, процентильный фильтр.

**Keywords:** binarization, impulse noise, percentile filter.

### Моделирование биполярного шума в бинарном изображении

Как помехи естественного происхождения, так и неправильный вид функции порогов  $T(x, y)$ , при бинаризации изображения приводят к неправильной классификации пикселей. Эти неправильные решения (пропуски и ложные тревоги) могут быть смоделированы биполярным шумом.

Обычно в качестве биполярного шума используется смесь шумов «соль» и «перец», но эта смесь имеет особенность — черные шумовые пиксели могут попасть на черные пиксели бинарного изображения, белые шумовые пиксели могут попасть на белые пиксели бинарного изображения.

Предлагается показатель эффективности генератора шума  $\varepsilon$  — это отношение количества реально зашумленных пикселей  $\delta$  к заданному количеству подлежащих зашумлению пикселей  $\Lambda$ . Количество реально зашумленных пикселей  $\delta$  — это мощность множества пикселей, имеющих в зашумленном изображении другую яркость относительно пикселей с теми же координатами в исходном изображении. Понятие эффективности генератора шума можно переформулировать с помощью вероятностей — отношение получившейся вероятности повреждения изображения  $Pr$  к заданной

вероятности повреждения изображения  $Pn$ : 
$$\varepsilon = \frac{Pr}{Pn} = \frac{\delta \cdot S}{S \cdot \Lambda} = \frac{\delta}{\Lambda}.$$

Из особенности смеси шумов «соль» и «перец» следует, что чем больше заданная вероятность повреждения изображения, тем меньше эффективность зашумления, т. к. больше вероятность попасть на пиксель того же цвета и, следовательно, не исказить изображение. В то же время достоинством этого фильтра является его «естественность», поскольку действительно черные шумовые

пиксели могут приходиться на черные фоновые пиксели бинарного изображения.

Для исследований импульсных шумов следует применять более эффективный тип генератора биполярного шума — инверсию яркостей пикселей бинарного изображения с заданной вероятностью. Для подтверждения этого утверждения были проведены эксперименты на бинарных изображениях с разным содержанием.

Генератор биполярного шума типа «соль и перец»:

$$I'[x, y] = \begin{cases} I[x, y], & \text{если } p[x, y] \geq P_T \\ 255, & \text{если } p[x, y] < P_T \text{ и } random \leq 0,5 \\ 0, & \text{если } p[x, y] < P_T \text{ и } random > 0,5 \end{cases}$$

Генератор биполярного шума типа «инверсия» [1, с. 32]:

$$I''[x, y] = \begin{cases} I[x, y], & \text{если } p[x, y] \geq P_T \\ 255 - I[x, y], & \text{если } p[x, y] < P_T \end{cases}$$

Свойства первого тестового бинарного изображения: всего пикселей 100 тысяч (400x250), черных пикселей 50 тысяч, белых пикселей 50 тысяч. Исследование эффективности генераторов шумов «инверсия» и «соль и перец» при одинаковом количестве пикселей представлено в таблице 1.

**Таблица 1.**

**Исследование эффективности генераторов шумов  
для первого изображения**

Заданная Вероятность зашумления, %	Эффектив- ность «соль и перец»	Эффектив- ность «соль»	Эффектив- ность «перец»	Эффектив- ность «инверсии»
5	0,5028	0,5218	0,5076	1,0044
10	0,504	0,5184	0,5107	1,0121
15	0,5102	0,4942	0,5065	1,0018

Из этого эксперимента можно сделать вывод, что при равенстве мощностей множеств черных и белых пикселей наблюдается примерно

одинаковая эффективность шумов типа «соль», «перец» и их смеси, которая в 2 раза ниже эффективности шума «инверсия».

Свойства второго тестового бинарного изображения: всего пикселей 110 592 (384x288), черных пикселей 98 494, белых пикселей 12 086. Исследование эффективности инверсии и соль-перец при разном количестве пикселей представлено в таблице 2.

Из этого эксперимента можно сделать вывод, что при сильном преобладании мощности множества черных пикселей (89,07 % от площади изображения) над мощностью множества белых пикселей (10,93 % от площади изображения) шумы «соль» и «перец» повреждают площади множества черных и белых пикселей примерно пропорционально их долям от площади изображения. Эффективность смеси шумов оказывается снова в 2 раза ниже, чем у шума «инверсия».

*Таблица 2.*

**Исследование эффективности генераторов шумов  
для второго изображения**

<b>Вероятность зашумления, %</b>	<b>Эффектив- ность «соль и перец»</b>	<b>Эффектив- ность «соль»</b>	<b>Эффектив- ность «перец»</b>	<b>Эффектив- ность «инверсии»</b>
5	0,4935	0,8978	0,1189	0,9938
10	0,5094	0,8936	0,1112	1,019
15	0,5033	0,9068	0,1095	0,9991

Таким образом, генератор шума «инверсия» примерно в 2 раза эффективнее, чем генератор смеси шумов «соль и перец». Значения эффективности больше единицы связаны с двумя причинами: 1) генератор случайных чисел может сгенерировать большее количество шумов пикселей, чем требуется; 2) есть ложные срабатывания детектора шума.

**Подавление шума процентильными фильтрами**

Исправления классов пикселей может быть реализовано с помощью процентильных фильтров, основанных на упорядочивании яркостей пикселей по возрастанию и выбору одного из значений по его рангу в этом вариационном ряду в качестве выходного значения фильтра. Наиболее известные процентильные фильтры — медиана, операции математической морфологии наращивание (dilatation) и эрозия (erosion). Процентильные фильтры наращивание и эрозия неустойчивы к биполярному шуму, т. к. усиливают один из типов помех. Поэтому для исправления классов пикселей после бинаризации

изображения понадобились фильтры, дающие эффекты увеличения площади полезного сигнала и уменьшения площади шумового сигнала в условиях биполярного шума.

Исследования [1] показали, что ранги таких фильтров находятся между краями и медианой вариационного ряда. Процентильный фильтр, уменьшающий площадь белого сигнала и находящийся между минимумом и медианой вариационного ряда, был назван псевдоэрозия. Процентильный фильтр, уменьшающий площадь черного сигнала и находящийся между максимумом и медианой вариационного ряда, был назван псевдонаращиванием. Процентильные фильтры представлены на рис. 1.

Также были найдены зависимости рангов фильтров псевдонаращивание и псевдоэрозия от вероятности повреждения изображения биполярным шумом (табл. 3). В таблице 3 знак «—» означает, что оба фильтра выродились в медиану.

Таким образом, при наличии детектора шума, вычисляющего вероятность повреждения изображения, можно оптимально подавлять биполярный шум в бинарном изображении в изменяющихся условиях наблюдения.

**Таблица 3.**

**Фильтры псевдонаращивание (ПН) и псевдоэрозия (ПЭ)**

Pn, %	Размеры маски рангового фильтра		
	Маска 3x3	Маска 5x5	Маска 7x7
5	ПЭ n=3 ПН n=7	ПЭ n=9 ПН n=17	ПЭ n=19 ПН n=31
10	ПЭ n=4 ПН n=6	ПЭ n=10 ПН n=16	ПЭ n=20 ПН n=30
15	—	ПЭ n=11 ПН n=15	ПЭ n=21 ПН n=29
20	—	ПЭ n=12 ПН n=14	ПЭ n=22 ПН n=28
25	—	—	ПЭ n=23 ПН n=27
30	—	—	ПЭ n=24 ПН n=26
35	—	—	—

Блок-схема обработки изображения в рассматриваемом случае изображена на рис. 2. Комбинация фильтров псевдонаращивание и псевдоэрозия необходима для поддержания примерно постоянной площади полезных объектов, которые были повреждены в ходе бинаризации.



*Рисунок 1. Названия процентильных фильтров и соответствующие им ранги в вариационном ряду для маски фильтра размером 3x3*



*Рисунок 2. Блок-схема обработки изображения*

### **Детектирование биполярного шума**

Принцип работы детектора биполярного импульсного шума основан в бинарном изображении на прохождении скользящей маской размером 3x3 в форме квадрата по изображению с остановкой в каждом пикселе и классификации каждого пикселя на один из двух классов — поврежденный шумом или неповрежденный. После анализа последнего пикселя производится подсчет статистики решений для всего изображения. В системе на рис. 2 в зависимости от детектированной вероятности зашумления пикселя выбираются ранги процентильных фильтров псевдонарращивание и псевдоэрозия. Чем больше вероятность зашумления, тем ближе ранги к медиане.

Классификация каждого пикселя  $I[x,y,t]$  основана на определении количества отличающихся от него пикселей под маской детектора. Отличие текущего пикселя от соседнего пикселя под маской определяется в результате сравнения модуля разницы их яркостей с порогом. Результаты сравнения кодируются в виде бинарной маски

того же размера  $3 \times 3$ , что удобно для подсчета отличающихся пикселей:

$$I'[x, y] = \begin{cases} 0, & \text{если } |I[x, y, t] - I[x + d1, y + d2, t]| \leq T \\ 1, & \text{если } |I[x, y, t] - I[x + d1, y + d2, t]| > T \end{cases}$$

Для бинарных изображений (состоящих из пикселей с двумя уровнями яркостей 0 и 255) порог  $T \geq 1$ .

Классификация пикселя на шумовой или нешумовой производится по порогу на количество отличающихся от него соседей  $n$ . Для типовых условий вероятность повреждения изображения шумом много меньше 50 процентов, а также имеется сильная корреляция соседних значений яркости. Поэтому отклонение текущего пикселя от большого количества соседей означает, что с большой вероятностью именно этот пиксель является шумом, а соседи не повреждены. Решения визуализируются в виде бинарного изображения:

$$I''[x, y] = \begin{cases} \text{не шум, если } \text{card}\left(\sum_{\substack{x=1 \\ y=1 \\ x=-1 \\ y=-1}} I'[x, y]\right) \leq n \\ \text{шум, если } \text{card}\left(\sum_{\substack{x=1 \\ y=1 \\ x=-1 \\ y=-1}} I'[x, y]\right) > n \end{cases}$$

Для определения оптимального порога на количество отличающихся соседей  $n$  был проведен эксперимент, в котором оценивалось изменение эффективности детектора шума — зависимости детектированной вероятности шума  $P_{\text{вых}}$  (выхода детектора шума) от заданной вероятности при зашумлении изображения  $P_{\text{вх}}$  (на входе детектора шума). Для идеального детектора шума эти вероятности должны совпадать, т. е. характеристика должна иметь линейный вид. В ходе эксперимента производилось увеличение вероятности повреждения бинарного изображения от 0 до 0.5 (от 0 % до 50 % от площади изображения). С ростом вероятности повреждения изображения точность детектирования падала, т. к. росло количество

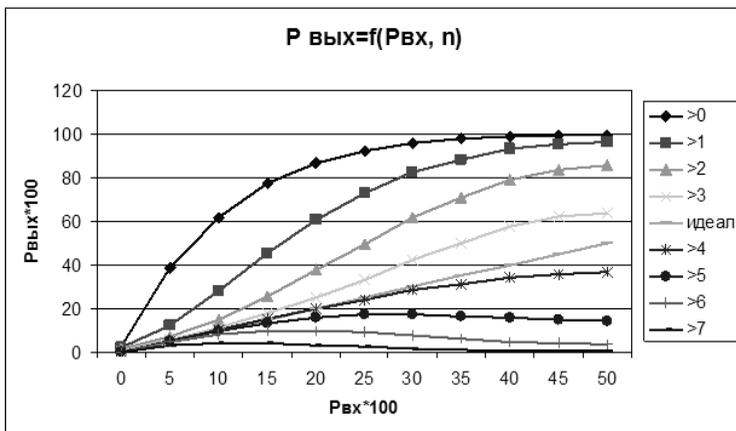
скоплений поврежденных пикселей, которые принимались детектором за истинный сигнал. Результаты эксперимента представлены в таблице 4 и на рисунке 3 (вероятности реального и детектированного повреждения изображения показаны в процентах). По сравнению с таблицей на рисунке 3 добавлена характеристика идеального детектора шума.

Проведенные эксперименты показали, что при вероятностях повреждения изображения вплоть до 35 % площади наиболее точные результаты показывает порог на количество отличающихся соседей  $n > 4$ , т. е. в диапазоне от 5 до 8.

**Таблица 4.**

**Характеристики эффективности детектора импульсного шума**

<b>Рвх, %</b>	<b>Рвх (n&gt;0),%</b>	<b>Рвх (n&gt;1),%</b>	<b>Рвх (n&gt;2),%</b>	<b>Рвх (n&gt;3),%</b>	<b>Рвх (n&gt;4),%</b>	<b>Рвх (n&gt;5),%</b>	<b>Рвх (n&gt;6),%</b>	<b>Рвх (n&gt;7),%</b>
0	2,73	2,06	1,56	0,49	0,01	0	0	0
5	38,82	12,34	7,02	5,67	5,1	4,94	4,63	3,25
10	61,88	28,03	14,59	11,02	10,02	9,45	7,93	4,21
15	77,62	45,63	25,52	17,64	15,16	13,44	9,73	3,99
20	86,89	60,97	37,6	25,1	20,04	16,01	9,89	3,2
25	92,63	72,95	49,51	33,11	24,2	17,19	9,22	2,55
30	96,13	82,75	61,93	42,49	28,48	17,51	7,75	1,67
35	97,8	88,51	70,99	50,19	31,32	16,55	6,14	1,13
40	98,89	93,22	79,29	57,72	34,25	15,68	4,81	0,67
45	99,48	95,63	84	62,1	35,91	14,97	3,92	0,46
50	99,63	96,54	85,63	63,89	36,63	14,43	3,52	0,39



**Рисунок 3. Характеристики эффективности детектора шума при разной вероятности повреждения изображения (в процентах) и разных порогах на количество поврежденных пикселей в пределах маски детектора**

Этот детектор шума может применяться на бинарном изображении не только для определения необходимости смены рангов, но и изменения размера маски бинарных процентильных фильтров (б.п.ф.), если вероятность шума превышает пороговые значения (для б.п.ф. с размером маски 3x3 пороговая вероятность 15 %, для б.п.ф. с размером маски 5x5 пороговая вероятность 25 %, для б.п.ф. с размером маски 7x7 пороговая вероятность 35 % [2, с. 35], см. таблицу 3). Это связано с тем, что при некоторой пороговой вероятности повреждения изображения оптимальные ранги б.п.ф. становятся равными медиане и если требуются эффекты, близкие к наращиванию и эрозии в этих условиях, то целесообразно увеличить размер маски и выбрать ранги, соответствующие этой вероятности повреждения.

Измерена зависимость точности детектора от вероятности повреждения изображения шумом «инверсия» в случае порога  $n > 4$ . Результаты представлены в таблице 5.

*Таблица 5.*

**Вероятности правильного обнаружения и ложной тревоги детектора импульсного шума при пороге  $n>4$  в зависимости от вероятности шума «инверсия»**

<b>Рвх, %</b>	<b>Рпо, %</b>	<b>Рлт, %</b>
5	98,861	0,349
10	97,912	0,58
15	95,674	0,995
20	92,228	2,0327
25	86,955	3,8256
30	79,072	6,8431
35	69,062	11,327

Как и в таблице 4, наблюдается падение точности детектирования при росте вероятности повреждения изображения, т. к. растет количество скоплений поврежденных пикселей, которые принимаются детектором за истинный сигнал. Также наблюдается рост ложных тревог, что связано с растущей раздробленностью поврежденных областей.

Возможная оптимизация данного детектора по скорости состоит в том, что можно в каждом пикселе не продолжать расчет отличающихся соседних пикселей от текущего, если уже найдены 5 отличающихся пикселей (стратегия «остановки на полпути»).

**Эффективность подавления шума в рассмотренной системе**

Измерена эффективность подавления шума при использовании связки детектор-псевдонаращивание-псевдоэрозия (блок-схема рис. 2). Результаты представлены в таблице 6.

В результате обработки зашумленных изображений такой связкой наблюдается уменьшение доли поврежденных пикселей в десятки раз. Эффективность может быть увеличена путем увеличения количества звеньев в фильтрах ПН и ПЭ (например, детектор шума-ПН-ПН-ПН-ПЭ-ПЭ-ПЭ).

*Таблица 6.*

**Эффективность подавления шума при использовании связки детектор-псевдонаращивание-псевдоэрозия**

<b>Рвх, %</b>	<b>Рш после ПН, %</b>	<b>Рш после ПЭ, %</b>
5	0,17	0,06
10	0,17	0,08
20	0,49	0,13
30	0,23	0,04

## **Заключение**

По проведенным исследованиям сделаны следующие выводы:

1. предложенный показатель эффективности генератора шума адекватно описывает генераторы шумов, т. к. результаты измерений могут быть объяснены;
2. установлено, что эффективность генератора биполярного шума «инверсия» выше, чем генератора смеси шумов «соль и перец»;
3. предложенный детектор биполярного шума обладает наибольшей точностью в случае выбора порога  $n > 4$ , где  $n$  — количество отличающихся от текущего проверяемого пикселя соседних пикселей;
4. по мере увеличения вероятности повреждения изображения точность детектора шума падает;
5. связка детектор-псевдонаращивание-псевдозеро эффективно подавляет шум.

## **Список литературы:**

1. Кузьмин С.А. Исследование помехоустойчивости ранговых операторов / 10-я Международная конференция и выставка «Цифровая обработка сигналов и её применение». М., — 2008. — Т. 2. — С. 501—504.
2. Обработка изображений в прикладных телевизионных системах // О.С. Астратов, А.С. Афанасенко, Л.Д. Вилесов, С.А. Кузьмин, А.А. Мотыко, Н.А. Обухова, В.М. Смирнов, Б.С. Тимофеев, В.Н. Филатов. Под ред. проф. Б.С. Тимофеева. СПб: ГУАП, — 2012. — 272 с.

## СЕКЦИЯ 3.

### ФИЗИКА

#### 3.1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

##### ВЫСОКОТОЧНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ТРЕХЧАСТИЧНЫХ КУЛОНОВСКИХ СИСТЕМ

*Филинский Андрей Валентинович*

*канд. физ.-мат. наук, доцент, Санкт-Петербургский  
государственный архитектурно-строительный университет,  
г. Санкт-Петербург*

*E-mail: [afilinski@hotmail.com](mailto:afilinski@hotmail.com)*

##### HIGH-PRECISION ANALYSIS METHODS OF THE THREE-PARTICLE COULOMB SYSTEMS

*Andrey Filinskiy*

*candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor,  
Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering,  
Saint-Petersburg*

*Данная работа была поддержана грантом № 3Ф-11 СПбГАСУ.*

##### АННОТАЦИЯ

Используя разложение волновой функции по ортогональным полиномам Лагерра, задача решения уравнения Шредингера для связанных S-состояний системы трех частиц, взаимодействующих по закону Кулона, сведена к алгебраической задаче на обобщенные собственные значения с разреженными матрицами. Применяя программную длинную арифметику, метод наименьшей степени

при разложении матриц и обратные одновременные итерации нескольких собственных векторов, используя стандартные ПК, найдены собственные значения энергии некоторых трехчастичных кулоновских систем, сопоставимые по точности или превосходящие наилучшие мировые расчеты.

### ABSTRACT

With the help of Laguerre polynomials orthogonal expansion of wave functions the solution to Schroedinger equation for bound S-states of the three-particle Coulomb system is converted to an algebraic problem on sparse matrix generalized eigenvalue. Using programmed long arithmetic, method of least degree when matrix expanding, opposite concurrent iterations of several eigenvectors and standard PCs there were found out energy eigenvalues of several three-particle Coulomb systems comparable with respect to accuracy or superior to the world best calculations.

**Ключевые слова:** квантовая механика; задача трех кулоновских частиц; связанные состояния; вариационные методы.

**Keywords:** quantum mechanics; the three-particle Coulomb question; bound states; variational methods.

Данная работа является продолжением серии работ автора (1980—2011) по вариационному расчету связанных состояний квантовомеханических кулоновских трехчастичных систем.

Задача трех частиц, взаимодействующих по закону Кулона, занимает особое место в квантовой механике — ее можно решать, не прибегая ни к каким приближениям. Кроме того, многие трехчастичные кулоновские объекты весьма интересны на практике — мезомолекулы, как один из способов осуществления управляемый ядерной реакции синтеза, атомы изоэлектронного ряда гелия, слабосвязанный ион позитрония, экситоны и т. д.

Для получения высокой точности, необходимой, например, при рассмотрении мезомолекул, при расчете связанного состояния систем трех кулоновских частиц в квантовой механике используется вариационный метод — волновая функция раскладывается в ряд по базисным функциям:

$$\psi = \sum_i c_i \varphi_i ,$$

а коэффициенты разложения  $c_i$  определяются из требования минимума энергии системы:

$$E = \frac{\int \psi^* H \psi dV}{\int \psi^* \psi dV} \rightarrow \min ,$$

где:  $H$  — оператор Гамильтона для рассматриваемой системы, а интегрирование ведется по объему всего пространства. Таким образом, нахождения коэффициентов  $c_i$  сводится к решению алгебраической задачи на обобщенные собственные значения с симметричными матрицами.

При этом, в идеале, базисные функции должны обеспечивать правильное поведение истинной волновой функции (чаще всего — асимптотически) и быть достаточно простыми.

В.А. Фоком [7] для атома гелия (с бесконечно тяжелым ядром) было получено, что в точке тройного столкновения истинная волновая функция должна иметь логарифмическую особенность. В [2] это утверждение было обобщено на произвольные по массе системы тех кулоновских частиц. Однако на практике использование базисных функций  $\varphi_i$  с такими особенностями приводит к очень громоздким выражениям для матричных элементов

$$H_{ik} = \int \varphi_i^* H \varphi_k dV \text{ и } S_{ik} = \int \varphi_i^* \varphi_k dV .$$

Поэтому, как правило, ограничиваются требованием необходимого экспоненциального убывания волновой функции на бесконечности, а вид базисных функций выбирают из соображений простоты и удобства.

Исторически первым таким выбором вида пробной волной функции было разложение по степеням межчастичных расстояний  $r_{ik}$ :

$$\phi = \exp(-\alpha r_{12} - \beta r_{23} - \gamma r_{31}) \cdot \sum_{ijk} c_{ijk} r_{12}^i r_{23}^j r_{31}^k$$

в простейшем случае сферически-симметричного состояния системы, причем нелинейные параметры  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  определяются из условия минимума энергии (численно). Такое степенное разложение принято называть хиллераасовским. Очевидно, чем длиннее разложение, тем точнее должна быть пробная функция  $\phi$ .

Однако в этом случае матричные элементы возрастают как  $i! \cdot j! \cdot k!$ , что приводит к «потере точности» при численных расчетах. Можно переходить к увеличенной точности машинного представления чисел, но факториальное возрастание не позволяет использовать длинные разложения и добиться произвольной, наперед заданной точности.

В [14] для атома гелия с бесконечно-тяжелым ядром было предложено использовать чисто экспоненциальное разложения (ряд Дирихле):

$$\phi = \sum_{ijk} c_{ijk} \cdot \exp(-\alpha_i r_{12} - \beta_j r_{23} - \gamma_k r_{31}),$$

которое давало достаточно хорошие результаты при небольшом числе слагаемых. В [1] это разложение было применено к системам трех кулоновских частиц с произвольными массами. Оказалось, использование длинных разложений затруднительно, т. к. процедура задания нелинейных параметров псевдослучайным образом из параллелепипеда, размер (и положение) которого определяется по минимуму энергии, приводит к вырождению матриц, и, соответственно, требует перехода к увеличенной точности вычислений. Не смотря на это, большинство современных расчетов, обеспечивающих рекордную точность, выполнено таким образом (используя как минимум учетверенную точность представления машинных чисел на суперЭВМ — типа Cray, например [8, 9]).

В дальнейшем [12] были рассмотрены комплексные значения нелинейных параметров  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , что позволило существенно увеличить получаемую точность даже при относительно малых (около 2200) разложениях волновой функции. Однако и в этом случае пришлось перейти к «длинной арифметике» — увеличению точности представления машинных чисел. К сожалению, в [12] не указано, на каком типе компьютера проводились основные вычисления. Но большинство значения энергии, полученные таким способом являлись до сих пор рекордными по точности.

Пекерисом [13] было применено перестроенное хиллераасовское разложение, используя ортогональные полиномы Лагерра  $L_n(x)$  от периметрических координат  $u=r_{12}+r_{23}-r_{31}$ ;  $v= r_{23}+r_{31}-r_{12}$ ;  $w= r_{31}+r_{12}-r_{23}$ :

$$\phi = \exp((-au - bv - cw)/2) \cdot \sum_{ijk} d_{ijk} L_i(au) L_j(bv) L_k(cw)$$

для описания S-состояний атома гелия с бесконечно-тяжелым ядром.

В [4, 5] этот подход был применен к трехчастичным мезоатомам, мезомолекулам и к иону позитрония, т.е. к системам трех кулоновских частиц с произвольными массами.

Используя базисные функции

$$\phi = \exp\left(-\frac{au + bv + cw}{2}\right) \cdot \sum_{i,j,k}^{i+j+k \leq \Omega} d_{ijk} L_i(au) L_j(bv) L_k(cw)$$

где:

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{n-i} \frac{x^i}{i!}$$

ортогональные полиномы Лагерра, а также рекуррентные соотношения между ними:

$$\begin{aligned} x \frac{d}{dx} L_n(x) &= n L_n(x) - n L_{n-1}(x) = \\ &= (n+1) L_{n+1}(x) - (n+1-x) L_n(x), \end{aligned}$$

можно получить 58-членное рекуррентное соотношение, связывающее коэффициенты разложения пробной волновой функции.

Таким образом, получаем матричную задачу на обобщенные собственные значения вида

$$(M-L)\mathbf{d} = E N \mathbf{d},$$

причем M, L, N — симметричные разреженные матрицы (а N — еще и положительно-определенная),  $\mathbf{d}$  — вектор, составленный из коэффициентов разложения пробной волновой функции. Очевидно, что вычислительные сложности возрастают в данном случае квадратично, а не кубично, как в случае плотных матриц, с ростом длина разложения.

Эту задачу было бы удобно решать чисто итерационными методами, требующими лишь скалярных произведений (типа метода сопряженных градиентов или метода сопряженных направлений).

Однако численные опыты показали, что подобный подход крайне неустойчив и не может обеспечить необходимую надежность.

Поэтому в [4, 5] было применен метод обратных итераций (число итерируемых собственных векторов задает пользователь) в сочетании с прямым методом решения разреженной системы линейных уравнений, соответствующих рассматриваемой задаче. Для максимального сохранения разреженности матриц (что уменьшает накапливающиеся ошибки округления и снижает время решения) использовался метод наименьшей степени (см., например [3]) и схема сжатия Шермана, модифицированные в [4, 5] для применения к не положительно-определенным матрицам (при обратных итерациях проводился автоматический сдвиг спектра собственных значений, что существенно уменьшало число итераций). Условием останова итераций была не только стабилизация вычисленных собственных значений с определенной точностью, но и проверка ортонормированности соответствующих собственных векторов. Полученные таким образом в [4, 5] результаты расчета всего диапазона трехчастичных кулоновских систем (атомов, мезоатомов, иона позитрония, мезомолекул, изотопов  $H_2^+$ ) являлись на время опубликования наилучшими в мире по точности.

Разложение по полиномам Лагерра применялось в более позднее время и в [11], однако там при решении матричной задачи использовался метод Ланцоша, который очень чувствителен к неортогональности (из-за ошибок округления) итерируемых векторов. Поэтому в приведенных в [11] расчетах пришлось использовать двойную точность (48 десятичных разрядов машинного представления чисел) суперЭВМ CrayT3E для достижения 11—14 десятичных знаков результата, что нерационально.

В данной работе использовались переменные класса RR [15] произвольной длины (в битах). Выбор длинной арифметики с использованием [15] обоснован тем, что там есть не только полный набор требуемых функций и операторов, но и довольно подробное описание всех классов и их членов. Использовалась длина машинного представления чисел в 96 бит, соответствующим 29 разрядам. Такая точность представления позволяет получать 22—23 точных знака результата расчетов.

При расчете нелинейные параметры  $a$ ,  $b$ ,  $c$  не варьировались (их значения были взяты из предыдущих работ [4, 5, 6]), где они приближенно давали минимум энергии при суммарной степени разложения  $\Omega=32$ ). В этом смысле расчеты можно считать предварительными, т.к. варьирование этих параметров позволит

получать лучшее значение энергии при меньших длинах разложения (вариационные методы дают оценку сверху для точного значения энергии).

Наши расчеты проводились на персональном компьютере средних характеристик (процессор core2 duo, 2.6 MHz, RAM 1 Gb).

Результаты этих расчетов представлены в Таблице 1, где они сравниваются с наилучшими по точности (на настоящее время).

**Таблица 1.**

**Энергии некоторых трехчастичных кулоновских систем  
(в атомных единицах)**

<b>Система</b>	<b>Энергия (а.е.)</b>	<b>Наилучшие результаты</b>
атом гелия (с бесконечно-тяжелым ядром) $ee\alpha_\infty$	-2.903724377034113	-2.903724377034119598296 [12]
ион позитрония $e^+e^-$	-0.262005070232957	-0.2620050702329801077 [12]
молекулярный ион водорода $ppe$	-0.5971390631234050747	-0.597139063123405074 [12]
молекулярный ион дейтерия $dde$	-0.5987887843306833	-0.598788784330681 [11]

Из Таблицы 1 видно, что для молекулярных ионов водорода и дейтерия полученные (предварительные) результаты превосходят по точности наилучшие современные (полученные на суперЭВМ), а для двух других систем — сопоставимы.

Из результатов этой таблицы видно также, что точность увеличивается с ростом отношения массы тяжелой частицы системы к массе легкой. Таким образом, рассматриваемая пробная волновая функция, построенная на ортогональных полиномах Лагерра наиболее эффективна для молекулоподобных систем.

Для контроля точности расчета были вычислены средние значения кинетической и потенциальной энергии систем и проверено выполнение теоремы вириала. При этом было обнаружено, что относительное отклонение от теоретического значения уже при размерах матриц  $N \sim 5000$  составляет  $\sim 1 \cdot 10^{-14}$ . Таким образом,

полученные рассматриваемым методом пробные волновые функции являются вполне надежными.

Результаты, полученные нами для основного состояния рассмотренных мезомолекул, являются рекордными, наилучшими (в настоящее время) по точности. Результаты [10], бывшие наилучшими до сих пор, являются, по крайней мере, на порядок менее точными (хотя и выполнялись с использованием супер-ЭВМ).

Численный метод, использованный для расчета основного состояния кулоновских систем трех части, является устойчивым, компактным и надежным, и позволяет (для достижения нужной точности результата) использовать машинное представление чисел произвольной длины, причем ошибки округления снижают получаемую точность результата лишь на 5—6 порядков по сравнению с используемой точностью представления чисел.

Поэтому представляется разумным использовать его и при рассмотрении возбужденных состояний квантовомеханических систем трех частиц, взаимодействующих по закону Кулона. Однако такая задача является более сложной — во-первых, системы будут существенно менее устойчивыми (что может повлиять на скорость сходимости разложений пробной волновой функции), а во-вторых, для симметричных мезомолекул необходимо учитывать возможные синглетные и триплетные состояния.

Необходимые изменения были внесены в использованную ранее для расчета основных состояний программу. Результаты проведенных таким образом расчетов приведены в Таблице 2.

*Таблица 2.*

**Энергии связи первого возбужденного (синглетного) состояния мезомолекул изотопов водорода (в эВ)**

Мезомолекула	$\Omega$	N	Энергия связи
dd $\mu$	47	10100	35.844246814836
tt $\mu$	48	10725	83.77072668424415

Как и ожидалось, сходимость (особенно для легких мезомолекул) хуже, чем для основных состояний. Однако полученные рассматриваемым методом результаты оказываются наилучшими по точности на сегодняшний день (по крайней мере — на 1—2 порядка).

Кроме того, отмечается та же тенденция — сходимость (и, следовательно, точность) вычисления энергии у тяжелых мезомолекул лучше, чем у легких.

Таким образом, с помощью предлагаемого разложения можно надеяться получить решение нерелятивистского стационарного уравнения Шредингера для систем трех частиц, взаимодействующих по закону Кулона с наперед заданной точностью.

### Список литературы:

1. Адамов М.Н., Демков Ю.Н., Филинский А.В. // Вестн. Ленингр. ун-та, 1983. — № 22. — с. 73—76.
2. Адамов М.Н., Филинский А.В. Сб. «Многоэлектронная задача в квантовой химии», Наукова Думка, 1987. — с. 43—53.
3. Джордж А., Лю Дж. Численное решение больших разреженных систем уравнений. «Мир», 1984.
4. Ребане Т.К., Филинский А.В. // Ядерная физика, 1997. — 60. — с. 1985.
5. Ребане Т.К., Филинский А.В. // Ядерная физика, 2002. — 65. — с. 44.
6. Филинский А.В. Доклады 66-й науч. конф. профессоров, преподавателей, научных работников, инженеров и аспирантов, СПбГАСУ, часть 2, 2009. — с. 170—173.
7. Фок В.А. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1954. — 18. — № 1 — с. 161—172.
8. Frolov A.M., Smith V.H. // Phys.Rev.A, 1994. — v. 49. — с. 3580.
9. Frolov A.M. // Phys.Rev.A, 67, 2003. — с. 064501.
10. Frolov A.M. // arXiv:1111.2379, 10 Nov 2011.
11. Hilico L., Billy N., Gremaud B., Delande D. // European Physical Journal, 2000. — A 12, 449"; hal-00120666, version 1—17 Dec 2006.
12. Korobov V.I. // Phys.Rev.A., 2000. — v. 61. — с. 064503.
13. Pekeris C.L. // Phys.Rev. 115, 1959. — № 4. — p. 1216—1221.
14. Thakkar A.J., Smith V.H. // Phys.Rev. 1977. — 15. — № 1. — с. 1—16.
15. Victor Shoup. // NTL — a library for doing number theory — version 5.5, [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: <http://www.shoup.net> (open-source software distributed under the terms of the GNU General Public License).

## **3.2. ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ**

### **УСТАНОВКА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ**

***Касаткина Татьяна Игоревна***

*аспирант Воронежского государственного технического университета,  
г. Воронеж*

*E-mail: [kasatkinatatian@gmail.com](mailto:kasatkinatatian@gmail.com)*

***Голев Игорь Михайлович***

*д-р физ.-мат. наук, доцент, старший научный сотрудник  
Воронежского государственного технического университета,  
г. Воронеж*

*E-mail: [imgol@rambler.ru](mailto:imgol@rambler.ru)*

### **THE FACILITY FOR RESEARCH OF HIGH-TEMPERATURE SUPERCONDUCTORS IN THE INHOMOGENEOUS MAGNETIC FIELD**

***Kasatkina Tatiana Igorevna***

*post-graduate student of Voronezh state technical university,  
Voronezh*

***Golev Igor Michailovich***

*the Dr. Sci., Senior Research Fellow Voronezh state technical university,  
Voronezh*

### **АННОТАЦИЯ**

Представлена экспериментальная установка для исследования магнитодинамики вихрей магнитного потока (вихрей Абрикосова) в иттриевых ВТСП в виде дисков, совершающих вращательное

движение в неоднородном локальном магнитном поле величиной 0,05—0,2 Тл при температуре жидкого азота. Показано, что механическая сила, возникающая при движении диска обусловлена пиннингом вихрей. Измерение полевой зависимости этой силы позволяет определять величину силу пиннинга.

#### ABSTRACT

There is presented an experimental facility for studying the magnetodynamics of fluxoids (Abrikosov vortices) in yttrium HTSCs in a shape of disks, which birl in the inhomogeneous local magnetic field of 0,05—0,2 T at a temperature of liquid nitrogen. It was demonstrated that the mechanical force emerging when the disk moves is determined by the pinning of vortices. Measuring of the filed dependence of this force allow defining the pinning force value.

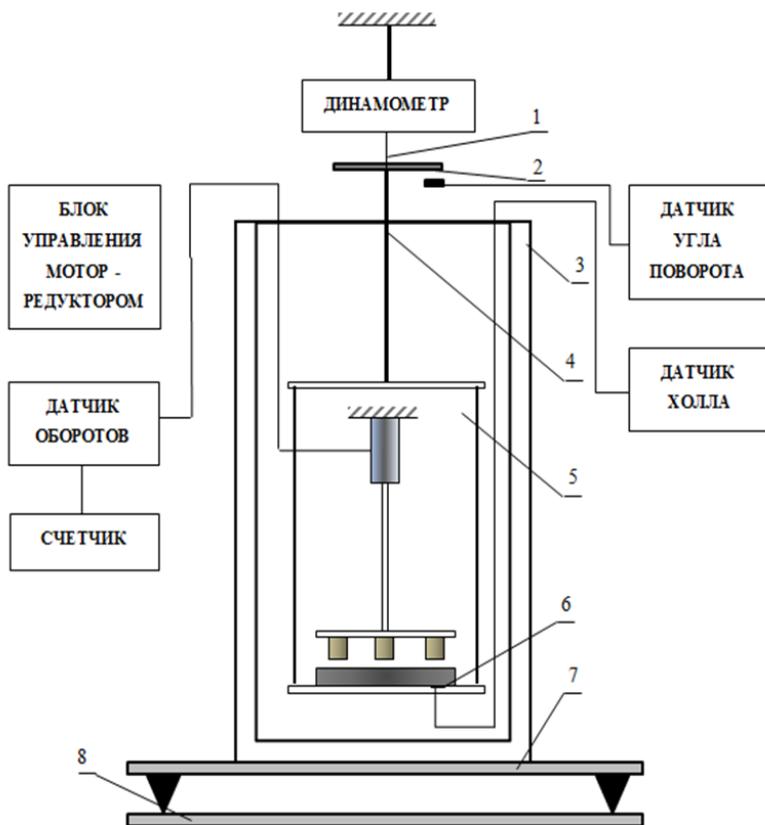
**Ключевые слова:** высокотемпературные сверхпроводники; вихри магнитного потока; сила пиннинга; магнитодинамика; магнитное поле; сверхпроводящие приборы.

**Keywords:** high-temperature superconductors; fluxoids; pinning force; magnetodynamics; magnetic field; superconducting devices.

В исследованиях высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) большое значение имеют экспериментальные методики, позволяющие выявить природу физических процессов, протекающих в объеме сверхпроводника и проверить достоверность теоретических моделей.

В настоящей работе рассматривается разработанная авторами экспериментальная установка для исследования магнитодинамики вихрей магнитного потока (вихрей Абрикосова) в иттриевых ВТСП, совершающих механическое движение в неоднородном локальном магнитном поле. Предлагаемый метод позволяет исследовать процессы, связанные с пиннингом, вязким движением и релаксационными явлениями ансамбля вихрей.

На рис. 1 представлена схема установки, состоящая из низкотемпературной части в виде криостата 3, электронных измерительных устройств и измерительного модуля 5. Исследования проводятся в среде жидкого азота. Электронная часть установки включает датчик оборотов со счетчиком, позволяющим измерять скорость вращения ротора электродвигателя, а, следовательно, и магнитной системы; динамометр измеряющий силу, действующую на сверхпроводник в вертикальном направлении, датчик угла поворотов.

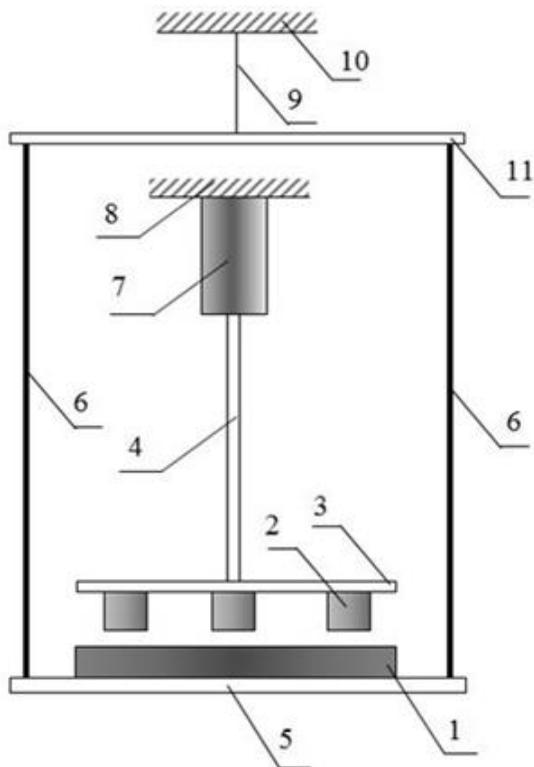


**Рисунок 1. Установка для исследования высокотемпературных сверхпроводников магнитомеханическим методом:**

- 1 — упругий (торсионный) подвес, 2 — лимб датчика угла поворота, 3 — криостат, 4 — вал подвески измерительного модуля, 5 — измерительный модуль, 6 — преобразователь Холла, 7 — платформа с изменяющимся горизонтальным уровнем, 8 — основание

Схема измерительного модуля установки представлена на рис. 2. Образец сверхпроводника в виде диска 1, диаметром 30—45 мм, с помощью диэлектрической оправки крепится на основании 5

подвижной системы, включающей в себя так же крепежные стойки 6 и лимб 11 с делениями на градусы, вывешенной с помощью упругого торсионного элемента 9 на основании для крепления 10. В качестве торсиона использовались стальные проволоки круглого сечения различной длины диаметром 0,2—1,0 мм из пружинной стали ASTM A322 UNS G92550, закрепленные канговыми зажимами.



**Рисунок 2. Измерительный модуль установки для исследования высокотемпературных сверхпроводников магнитомеханическим методом: 1 — ВТСП диск; 2 — постоянные магниты; 3 — диск-магнитопровод; 4 — ось для вращения магнитной системы; 5 — основание для крепления ВТСП диска; 6 — крепежные стойки; 7 — мотор с редуктором; 8 — основание крепления мотора, 9 — упругий (торсионный) элемент; 10 — основание для крепления подвижной системы; 11 — лимб с делениями на градусы**

Для измерения угла поворота диска-магнитопровода 3 и диска сверхпроводника 1 использовались бесконтактные энкодеры — оптические датчики угла поворота, с отверстиями в дисках по периметру, при помощи которых осуществлялась модуляция светового потока между инфракрасными светодиодами и фотодиодом. Минимально регистрируемый угол поворота сверхпроводящего диска составлял не более одного градуса.

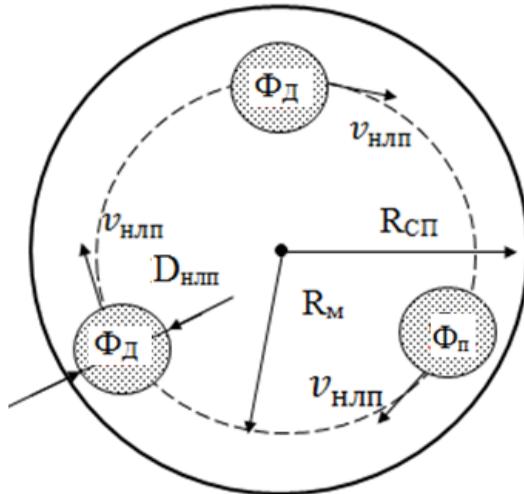
Магнитное поле магнитов определялось как

$$B(z) = B_0 \exp(-\gamma z^2), \quad (1)$$

где:  $\gamma$  — константа магнитной системы из трех магнитов, равная  $0,038 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-2}$ ,

$B_0$  — максимальное значение поля вдоль главной оси симметрии постоянного магнита на заданном расстоянии,

$z$  — смещение магнита при повороте магнитной системы относительно главной оси симметрии, проходящей через центр магнитной системы [1].



**Рисунок 3. Расположение областей неоднородного магнитного поля в ВТСП образце.  $D_{НЛП}$  — диаметр пятна НЛП;**

**$R_{М}$  — радиус на котором располагаются центры области НЛП,  $\Phi_{П}$  — поток, создаваемый магнитами;  $R_{СП}$  — радиус ВТСП диска,  $v_{НЛП}$  — скорость движения пятна НЛП**

Поле  $B_0$  было ориентировано перпендикулярно поверхности сверхпроводника и при превышении полем первого критического, эффективно проникало в объем ВТСП образца. Для эксперимента использовался ВСП диск [8] диаметром 41 мм и толщиной 5,0 мм, размещенный на расстоянии 1,5 мм от поверхности магнитов и переведенный в СП состояние в режиме FC (ненулевом магнитном поле). Размер  $D_{НЛП}$  области неоднородного локального поля (НЛП) (рис. 3), сформированной в объеме ВТСП образца определялась как

$$D_{НЛП} = 2 \sqrt{\ln \left( \frac{B_0}{B_{c1}} \right) \cdot \frac{1}{\gamma}}, \quad (2)$$

С увеличением угла поворота магнитной системы  $\alpha$  сила  $F_M$ , действующая на вихри магнитного потока возрастала до тех пор, пока не превышала силу  $F_{Mmax}$  пиннинга вихревых нитей области НЛП. При превышении этого значения происходил срыв вихрей и дальнейшее

увеличение поворота угла  $\alpha$  магнитной системы не приводило к увеличению угла поворота  $\beta$  подвижной системы. Определяя экспериментально величину  $F_M$ , в момент когда она достигает значения  $F_{Mmax}$ , зная его объем  $V_{НЛП}$  была вычислена сила пиннинга сверхпроводника:

$$F_p = \frac{F_{M \max}}{V_{НЛП}}, \quad (3)$$

Сила определялась как

$$F_M = K \cdot N \cdot p_i \frac{dB}{d\alpha} = 2K \cdot N \cdot p_i \frac{2}{180^2} \pi^2 B_0 R_M \cdot \beta \cdot \alpha \cdot \exp \left[ -\beta \left( \frac{\pi \cdot R_M}{180} \cdot \alpha \right)^2 \right]. \quad (4)$$

Количество вихревых нитей в области НЛП

$$N = \frac{\Phi_{II}}{\Phi_0} = \frac{k_{OC} \pi}{\Phi_0 \beta} \left[ B_2 \left( \ln \frac{B_0}{k_{OC} B_0} + 1 \right) - B_1 \left( \ln \frac{B_0}{B_{C1}} + 1 \right) \right], \quad (5)$$

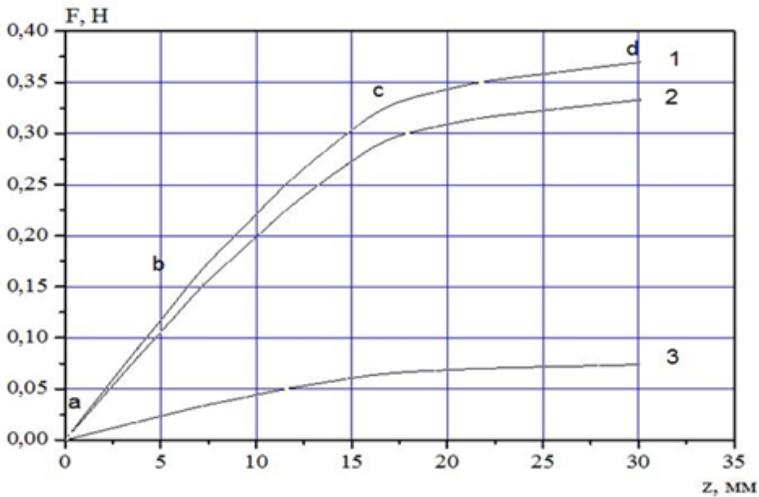
а магнитный поток

$$\Phi_{II} = k_{oc} \int_{-\frac{D_{НЛП}}{2}}^{\frac{D_{НЛП}}{2}} B_0 \exp(-\beta z^2) dz, \quad (6)$$

где:  $\Phi_0$  — квант магнитного потока,

$k_{oc} = 0,95$  — коэффициент ослабления внешнего магнитного поля  $B_0$ .

На рис. 4 представлена полученная зависимость действующей на ВТСП образец силы  $F$  от смещения НЛП  $z$  при повороте магнитной системы на угол  $\alpha$ . Участок  $a-b$  носит линейный характер, что является свидетельством упругой деформации ансамбля вихревых нитей области НЛП. Дальнейшее увеличение смещения  $z$  приводит к отклонению зависимости  $F(z)$  от линейной (участок  $b-c$ ), что является следствием начала срыва вихревых нитей с центров пиннинга. На участке  $c-d$  кривая выходит на насыщение, поскольку все вихри области НЛП перешли в свободное состояние.



**Рисунок 4** Зависимость действующей на ВТСП образец силы  $F$  от смещения НЛП  $z$  при повороте магнитной системы на угол  $\alpha$ .  
1—3 номер образца;  $B_0=0,2Тл$ ,  $T=77К$

Полученные экспериментальные кривые хорошо вписываются в рамки известных теоретических представлений [5], согласуются с уже известными результатами [2, 3, 6, 7] и подтверждают работоспособность и чувствительность предложенной методики для определения динамики магнитного потока в массивных высокотемпературных сверхпроводниках. Подобные исследования актуальны и находят широкое применение в ряде сверхпроводящих приборов и устройств [4, с. 246].

### Список литературы:

1. Голев И.М., Милошенко В.Е., Андреева Н.А. Установка для исследования динамики магнитного потока в сверхпроводниках механическим методом // Приборы и техн. эксперим. — 1998. — № 5. — С. 161—163.
2. Елистратов А.А., И.И. Максимов. ФТТ 42 196 (2000).
3. Забенкин В.Н., Л.А. Аксельрод, А.А. Воробьев, Г.П. Гордеев, С.А. Чурин. Письма в ЖЭТФ 70, 771 (1999).
4. Ковалев Л.К., Ковалев К.Л., Конеев С.М. и др. Электрические устройства на основе массивных высокотемпературных сверхпроводников // Под ред. Л.К. Ковалева. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — 396 с.
5. Anderson P.W. Theory of Flux Creep in Hard Superconductors// Phys. Rev. Lett. — 1962. — Vol. 9. — P. 309—311.
6. Antal V., Kaňuchová M., Šefčíková M. et al. Flux pinning in Al doped TSMG YBCO bulk superconductors. Supercond. Sci. Technol. — V. 22 — № 10/105001.
7. Batista-Leyva A.J., Cobas R., Estevez-Rams E. et al. Hysteresis of the critical current density in YBCO, HBCCO and BSCCO superconducting polycrystals: a comparative study. // Physica C — V. 331, — 2000. — P. 57—66.
8. Krabbes G., Fuchs G., Canders W.-R et al. High Temperature Superconductors Bulk Materials. WILEY-YCH, 2006. — 296 p.

## **СЕКЦИЯ 4.**

### **БИОЛОГИЯ**

#### **4.1 ЭКОЛОГИЯ И ПРИРОДОПОЛЬЗОВАНИЕ**

##### **ОСОБЕННОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ УРБОФИТОЦЕНОЗОВ ПРИ ПОВЫШЕННОЙ АНТРОПОГЕННОЙ НАГРУЗКЕ НА ПРИМЕРЕ Г. КРАСНОЯРСКА**

***Кригер Наталья Владимировна***

*канд. с.-хоз. наук, профессор,  
Красноярский государственный аграрный университет,  
г. Красноярск*

***Козлов Михаил Александрович***

*магистр сельского хозяйства, аспирант,  
Красноярский государственный аграрный университет,  
г. Красноярск  
E-mail: [Mihailkzv@yandex.ru](mailto:Mihailkzv@yandex.ru)*

***Баранов Евгений Сергеевич***

*магистр сельского хозяйства, аспирант,  
Красноярский государственный аграрный университет,  
г. Красноярск*

**FEATURES FUNKUIONIROVANY  
URBOFITOTSENOZOV AT THE RAISED  
ANTHROPOGENOUS LOADING ON THE EXAMPLE  
OF KRASNOYARSK**

***Kruger Natalia***

*candidate of agricultural sciences, professor,  
Krasnojarsky state agrarian university,  
Krasnojarsk*

***Kozlov Mihail***

*master of agriculture, graduate student,  
Krasnojarsky state agrarian university,  
Krasnojarsk*

***Baranov Evgeniy***

*master of agriculture, graduate student,  
Krasnojarsky state agrarian university,  
Krasnojarsk*

**АННОТАЦИЯ**

В статье ставится задача изучить влияние антропогенной нагрузки на характеристики урбанизированных экосистем и физиологические процессы, идущие в растительных организмах. В результате анализа данных стало известно, что в районах с высокой техногенной нагрузкой наблюдается снижение показателя видового разнообразия, по сравнению с зоной контроля, а так же различные показатели транспирации в зависимости от вида растения, силы, продолжительности, химического состава действующих внешних факторов и их совокупного действия, а также от физиологического состояния растительного организма, что может быть связано с особенностями микроклимата в растительных сообществах различных зон.

**ABSTRACT**

In article the task to study influence of anthropogenous loading on characteristics urbanized ecosystems and the physiological processes going in vegetable organisms is set. As a result of the analysis of data it became known that in areas with high technogenic loading decrease in an indicator of a specific variety, in comparison with a control zone, and as various indicators of a transpiration depending on a species of a plant, forces, durations, a chemical composition of operating external factors and their cumulative action, and also from a physiological condition of a vegetable

organism that can be connected with features of a microclimate in vegetable communities various zones is observed.

**Ключевые слова:** антропогенная нагрузка; тяжёлые металлы; растения.

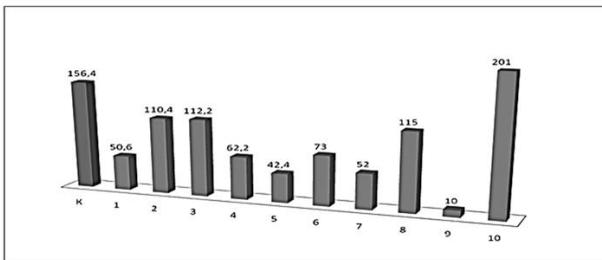
**Keywords:** anthropogenous loading; heavy metals; plants.

Антропогенная нагрузка негативно влияет на физиологические процессы, идущие в растительных организмах. Наибольшее действие оказывают тяжелые металлы, которые содержатся в значительных количествах в почвах исследуемых участков [4, с. 135]. Органические компоненты почвы способны хелатировать ионы тяжелых металлов. Их поступление в растения осуществляется двумя путями: адсорбция корнями растений доступных ионов тяжелых металлов и непосредственный контакт с растениями в составе атмосферного воздуха [2, с. 198]. Адсорбируясь на поверхности растительных организмов, тяжелые металлы способны проникать внутрь клеток, вызывая изменение их физико-химических характеристик и физиологического состояния. Так, адсорбированный на поверхности клеток свинец вступает во взаимодействие с корнями, являясь белковым блокатором плазмалеммы, нарушая работу различных транспортных и ферментативных систем [1, с. 450].

**Цель исследования** — изучение и анализ влияния антропогенной нагрузки на характеристики урбофитоценозов и физиологические процессы, идущие в растительных организмах.

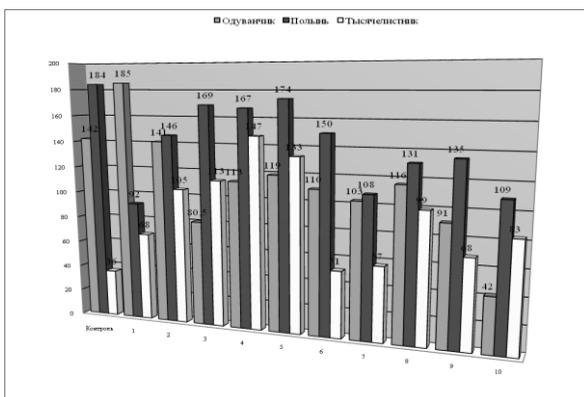
**Результаты исследования.** Изучение адаптации модельных объектов начали с оценки интенсивности транспирации. Растительные образцы были взяты в 10 наиболее выраженных по ряду показателей загрязнения зонах (контроль-столбы; 1 — район Красфармы; 2 — район Комбайнового завода; 3 — парк Горького; 4 — парк Октябрьский; 5 — остров Татышев; 6 — район Сибтяжмаш; 7 — район ТЭЦ-2; 8 — район центра; 9 — район цементного завода; 10 — район ТЭЦ-3). Для изучения процесса адаптации к повышенной антропогенной нагрузке выделили три модельных объекта (одуванчик лекарственный, полынь обыкновенная, тысячелистник обыкновенный), из числа наиболее типичных видов обнаруженных во всех зонах.

Предварительный анализ полученных данных выявил существование высокой вариабельности показателя обилия (10—200 шт. на м<sup>2</sup>), причем в большинстве зон его значение намного ниже, чем на контрольной площадке. На отдельных исследуемых участках показатель обилия снижается в 2—9 раз, по сравнению с контролем (рис. 1).



**Рисунок 1. Показатель обилия растений в урбофитоценозах (контроль-Столбы; 1 — район Красфармы; 2 — район Комбайнового завода; 3 — парк Горького; 4 — парк Октябрьский; 5 — остров Татышев; 6 — район Сибтяжмаши; 7 — район ТЭЦ-2; 8 — район центра; 9 — район цементного завода; 10 — район ТЭЦ-3)**

По показателю видового разнообразия наблюдается снижение в районах города с высокой техногенной нагрузкой (1, 5, 7, 9) и незначительное увеличение в рекреационных зонах (парк Горького, парк Октябрьский, остров Татышев), что связано с лучшими условиями произрастания.



**Рисунок 2. Интенсивность транспирации модельных объектов в различных зонах загрязнения (контроль-столбы; 1 — район Красфармы; 2 — район Комбайнового завода; 3 — парк Горького; 4 — парк Октябрьский; 5 — остров Татышев; 6 — район Сибтяжмаши; 7 — район ТЭЦ-2; 8 — район центра; 9 — район цементного завода; 10 — район ТЭЦ-3)**

Полученные данные по интенсивности транспирации показали, что модельные объекты по-разному реагируют на антропогенную нагрузку в зависимости от источника загрязнения, сформировавшего конкретную геохимическую аномалию (рис. 2).

Одуванчик лекарственный показал резкое снижение уровня транспирации в зонах 6; 7; 8; 9; 10 и незначительное превышение в зонах 4; 5. У полыни обыкновенной было обнаружено два типа реакции: увеличение в зонах 3 (парк Горького); 4 (парк Октябрьский); 5 (остров Татышев) и незначительное снижение уровня транспирации в зонах 1; 8; 10. Тысячелистник обыкновенный выявил наиболее резкое увеличение уровня транспирации в зонах 2; 3; 4; 5 и 8, на всех остальных участках также наблюдалось усиление интенсивности транспирации.

Нарушение физиологических процессов у растений проявляется в разной степени у различных видов растений в зависимости от силы, продолжительности, химического состава действующих внешних факторов и их совокупного действия, а также от физиологического состояния растительного организма [3, с. 5].

Различный уровень транспирации может быть связан с особенностями микроклимата в фитоценозах различных зон.

Все эти частные процессы трансформации флоры — различные стороны единого и общего процесса постепенного обеднения флоры на городской территории и утраты своих основных зонально обусловленных черт, а также ее видового состава и структуры в полном соответствии с космополитным характером урбанизированной среды.

### **Список литературы:**

1. Безель В.С., Позолотина В.Н., Бельский Е.А. и др. Изменчивость популяционных параметров: адаптация к токсическим факторам среды // Экология. — 2001. — № 6. — С. 447—453.
2. Загрязнение почв и растений тяжелыми металлами и фтором / Под ред. Бугакова П.С., Танделова Ю.П. — Красноярск: Книжное издательство, 1991. — 230 с.
3. Староверова А.В., Ващенко Л.Б. Влияние техногенных воздействий на природные экологические системы // Химия в с. х. — 1998. — № 5.6. — С. 37—38.
4. Федоров А.С., Потапова Н.Е. Влияние техногенных факторов на содержание тяжелых металлов в гумусовом горизонте почв и растениях // Почвоведение. — 1988. — № 3. — С. 135—137.

**ПЕРСПЕКТИВНОСТЬ ШИРОКОГО ВНЕДРЕНИЯ  
В КУЛЬТУРУ ЮЖНЫХ  
И ЦЕНТРАЛЬНЫХ РЕГИОНОВ РОССИИ  
MANONIA AQUIFOLIUM**

***Любимов Валерий Борисович***

*д-р биол. наук, профессор, зав. кафедрой экологии и рационального  
природопользования ФГБОУ ВПО «Брянский государственный  
университет им. академика И.Г. Петровского»,*

*г. Брянск*

*E-mail: [lubimov-v@mail.ru](mailto:lubimov-v@mail.ru)*

***Котова Наталья Петровна***

*канд. биол. наук, учитель средней общеобразовательной школы № 1,  
г. Аркадак, Саратовская область*

***Солдатова Валерия Викторовна***

*студент пятого курса Балашовского института  
(филиала) ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный университет  
им. Н.Г. Чернышевского»,*

*г. Балашов*

***Логачёва Екатерина Алексеевна***

*аспирант Балашовского института  
(филиала) ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный университет  
им. Н.Г. Чернышевского»,*

*г. Балашов*

**PERSPECTIVITY OF A BROAD INTRODUCTION  
TO THE CULTURE OF THE SOUTHERN  
AND CENTRAL REGIONS  
OF RUSSIA MAHONIA AQUIFOLIUM**

**Valery Lyubimov**

*professor, doctor of biological Sciences, head. the Department of ecology  
and rational nature management ФГБОУ ВПО «Bryansk state University  
named after academician I.G. Petrovsky»,  
Bryansk*

**Natalia Kotova**

*candidate of biological sciences, the teacher of the secondary school № 1,  
Arkadak, Saratov region*

**Valery Soldatova**

*a fifth-year student of Balashov Institute of the Federal state educational  
institution «Saratov state University N.G. Chernyshevskogo»,  
Balashov*

**Ekaterina Logacheva**

*postgraduate student of Balashov Institute ubranch of the Federal state  
educational institution «Saratov state University. N.G. Chernyshevskogo»,  
Balashov*

**АННОТАЦИЯ**

В статье представлены результаты исследований по интродукции *Mahonia aquifolium* (Pursh) Nutt., определению её устойчивости к температурному режиму, дефициту влаги в почве, характеристике плодов и семян, приведены рекомендации по размножению этого вида и его введению в культуру.

**ABSTRACT**

The article presents results of research on introduction of *Mahonia aquifolium* (Pursh) Nutt., defining its resistance to temperature, soil moisture deficit, characteristic fruits and seeds, the recommendations of this type of reproduction and its introduction into the culture.

**Ключевые слова:** интродукция; метод; растения; температура; размножение; плоды; семена; качество.

**Keywords:** introduction; method; plants; temperature; reproduction; fruits; seeds; quality.

Освоение засушливых регионов России, сопровождающееся строительством городов, рабочих поселков, интенсификацией промышленности и сельского хозяйства, способствует значительному увеличению нагрузок на природные экосистемы, развитию процессов опустынивания и экологического кризиса. Наиболее эффективным способом восстановления и оздоровления окружающей среды, предотвращения дальнейшего углубления экологического кризиса является создание насаждений различного целевого назначения. Бедность флоры особенно засушливых районов страны высокодекоративными деревьями и кустарниками определяет актуальность ее обогащения за счет интродукции инорайонных видов, обладающих хозяйственно-ценными свойствами. Перспективными для интродукции в аридные регионы являются представители Сем. Барбарисовые (*Berberidaceae* Torr. et Gray), в том числе и виды из Рода Магония (*Mahonia* Nutt.). Это вечнозелёные, чрезвычайно декоративные кустарники со сложными многолепестковыми непарноперистыми (реже трехлепестными) листьями, расположенными на ветвях в очередном порядке. Листочки обычно колючезубчатые, боковые листочки сидячие, прилистники тонкие. Цветки собраны в прямостоячие многоцветковые метелки — яркожелтые, с 9 чашелистиками, 6 лепестками венчика и 6 тычинками. Плоды темно-синие с сизым налетом, редко красные или беловатые. Род *Mahonia* Nutt. включает около 50 видов, произрастающих в Северной и Центральной Америке, восточной и южной Азии. Виды перспективны для создания малых форм зеленого строительства, опушек, живых изгородей, бордюров. Могут быть использованы в качестве солитеров.

Наиболее широкое применение в садово-парковом строительстве России и сопредельных государств получили Магония падуболистная — *Mahonia aquifolium* (Pursh) Nutt. и её формы, а также Магония ползучая — *Mahonia repens* (Lindl.) G. Don. Ареал *M. aquifolium* (Pursh) Nutt. — запад Северной Америки — от Британской Колумбии до Калифорнии. В культуре встречается в парках, садах и скверах в Прибалтике, на Украине, в Крыму, на Северном Кавказе и в средней полосе европейской части России, доходя до Москвы, Казани и Ленинграда. По наблюдениям Н.А. Аврорина, магония хорошо зимует и на Крайнем Севере — в Хибиных [1, с. 179; 2, с. 280—281; 3, с. 62—63; 6, с. 162—163]. *M. aquifolium* (Pursh) Nutt. — вечнозелёный кустарник высотой

до одного, редко двух метров. Листья непарноперистые, кожистые, из 5—9 листочков, яйцевидных или продолговато-яйцевидных, колючезубчатых, напоминающих листья падуба, молодые — красноватые, летом сверху блестящие, темно-зеленые, осенью и зимой окрашиваются в красно-бронзовые или темно-бурые тона. Цветки в прямых кистях длиной 5—8 см, на концах ветвей. Цветет в конце апреля, первой половине мая. Плоды съедобные ягоды диаметром около 8 мм, сине-черные с сизым налетом [2, с. 280—281; 3, с. 62—63]. По нашим многолетним данным семена созревают в Саратовской и Брянской области во второй половине июля. Особи магонии растут медленно, переносят частичное затенение. Вид относительно морозо-, дымо-, газоустойчив, даёт обильные корневые отпрыски, переносит обрезку. Хорошо размножается семенами, а также корневыми отпрысками, отводками, черенками. А.И. Колесниковым описаны формы *M. aquifolium* (Pursh) Nutt.: орехолистная — f. *juglandifolia* Jouin — с 7 листочками, часто полусердцевидными, более мелкими и толстыми, чем у типичной формы, с красным черешком сложного листа; изящная — f. *gracilis* Jouin (*M. gracilis* hort. not Fedde) — с более длинными листочками. Исследователь отмечает также, что встречаются и гибриды м. падуболистной с барбарисом обыкновенным. Интересен гибрид между *M. aquifolium* и *Berberis vulgaris*, известный под названием *Mahoberberis Neuberti* Schn. — полувечно-зеленый кустарник высотой до 2 м, без колючек с простыми листьями. Гибрид зарегистрирован в Тростянецком парке на Украине [2, с. 280—281].

Ареал *M. ползучей* — *M. repens* (Lindl.) G. Don — Северная Америка — от Британской Колумбии до Нью-Мексико и Калифорнии. В культуре — в Москве и Санкт-Петербурге. ползучий кустарник высотой до одного метра. Листья из 3—7 листочков округло-яйцевидных, матово-тусклых или сизоватых сверху. Вид по данным П.И. Лапина, М.С. Александровой, Н.А. Бородина менее морозоустойчив, чем *M. aquifolium* (Pursh) Nutt. [3, с. 62—63]. *M. repens* (Lindl.) G. Don имеет формы: круглолистную — f. *rotundifolia* (May) Jouin — обычно с 5 листочками и крупноплодную — f. *macrocarpa* Jouin — с более крупными плодами.

Растения магонии часто называют ландышевым кустарником, падубным виноградом и падуболистным барбарисом за форму и аромат ее цветков, напоминающих ландыши, колючие листочки, напоминающие падуб, и ягоды, напоминающие темный виноград.

**Методы исследований.** Комплексные исследования осуществлялись экологическим методом интродукции растений [4, с. 35—40].

Зимостойкость растений определялась по семибалльной шкале: I — растения не обмерзают; II — обмерзает не более 50 % длины однолетних побегов; III — обмерзает от 50 до 100 % длины однолетних побегов; IV — обмерзают более старые побеги; V — обмерзает надземная часть до снегового покрова; VI — обмерзает вся надземная часть; VII — растения вымерзают целиком [3, с. 18—19]. Для посева и прорастания семян, требующих стабильной высокой влажности применялись специальные гидроизолированные чеки с постоянным, подпитывающим через дренаж увлажнением [4, с. 106—114]. Результаты исследований обрабатывались методом математической статистики [5, с. 42—86]. На основе анализа, проведённых многолетних, комплексных исследований разрабатывались практические рекомендации по введению представителей Рода *Mahonia* Nutt. в культуру аридных регионов России и сопредельных государств.

**Результаты исследований.** Начало цветения *Mahonia aquifolium* (Pursh) Nutt. в условиях г. Брянска зарегистрировано в последних числах апреля, начале мая. Массовое цветение — начало второй декады мая, конец цветения — середина мая. Продолжительность цветения в разные годы составляет от 16—18 до 20—22 дней. Массовое созревание плодов наблюдается в середине июля. Осенний посев семенами местной репродукции (эксперименты проводились в Саратовской и Брянской области) позволяет получить дружные всходы раньше на 15—20 дней, чем весенний посев стратифицированными семенами. Оптимальная влажность почвы для роста и развития проростков и ювенильных растений составляет 72—75 % от полевой влагоемкости почвы. Летальная температура для листьев *M. aquifolium* (Pursh) Nutt. составляет + 50<sup>0</sup>С, что значительно выше абсолютного максимума температуры (+44<sup>0</sup>), зарегистрированного для района исследований. Растения *M. aquifolium* (Pursh) Nutt. по семибалльной шкале зимостойкости в условиях района исследований относятся к одному баллу (не обмерзают) и в холодные зимы — к двум баллам (обмерзает не более 50 % длины однолетних побегов). *M. aquifolium* (Pursh) Nutt. по толерантности к высоким и низким температурам перспективна для введения в озеленение городов и поселков Саратовской и Брянской области, но в ювенильном возрасте требует регулярного орошения. Статистические параметры для признаков, характеризующих плоды и семена *M. aquifolium* (Pursh) Nutt. отражены в табл. 1.

Таблица 1.

**Показатели качества плодов и семян *Mahonia aquifolium* (Pursh)  
Nutt. (Брянск, 2013 г.)**

Показатели	Mac	Min	M±m	σ	C <sub>v</sub>	t	P	N
Масса одного плода, г	0,5	0,19	0,33±0,01	0,07	20	36,7	2,7	55
Кол-во семян в одном плоде, шт.	7	2	4,18±0,148	1,1	26,3	28,2	3,5	55
Длина плода, мм	12	8	10,3±0,16	1,21	11,7	64	1,5	55
Диаметр, мм	10	7	8,5±0,16	1,21	14,2	53	1,9	55
Длина семени, мм	5	4	4,6±0,06	0,48	10,4	77	1,3	55
Ширина семени, мм	2,5	2,1	2,3±0,016	0,12	5,21	143	0,7	55

Таблица 2.

**Статистические показатели для семян  
в день их извлечения из плодов**

Масса одного семени, г	0,019	0,012	0,016±0,0003	0,002	12,5	53,3	1,9	55
Масса семян в 1 плоде, г.	0,112	0,032	0,07±0,002	0,017	24,3	35	2,8	55
% выхода семян из плодов	32,0	15,2	20,57±0,43	3,17	15,4	47,8	2,1	55

Таблица 3.

**Статистические показатели для семян  
через 10 дней после их извлечения из плодов**

Масса 1 семени, г	0,012	0,01	0,011±0,0001	0,001	9,1	110	0,9	55
Масса семян в одном плоде, г.	0,077	0,022	0,046±0,002	0,012	26,1	23	4,3	55
% выхода семян из плодов	22	10,5	14,1±0,03	2,2	15,5	47	2,1	55

*Примечание: M — среднее арифметическое значение; m — ошибка среднего арифметического значения; Mac — максимальное значение; Min — минимальное значение; σ — среднее квадратическое отклонение; C<sub>v</sub> — коэффициент варьирования; t — критерий достоверности; P — показатель точности опыта; N — объем выборки*

Анализ таблицы 1 позволяет сделать заключение о том, что определение массы семян и процента выхода семян из плодов

необходимо проводить не сразу после извлечения семян из плодов, а через определенное время (в наших исследованиях от 6 до 10 суток), в зависимости от условий хранения семян (температура и влажность атмосферного воздуха).

Варьирование признаков (характеризующих плоды и семена *Mahonia aquifolium* (Pursh) Nutt.) зарегистрировано в пределах от 5,21 до 26,3 процентов, что вполне допустимо для биологических объектов. Вычисленные значения критерия достоверности — критерия Стьюдента —  $t_M$  (от 23 до 143) значительно превышают табличные, которые для объема выборки  $N=55$  составляют 2,004 на 95 % доверительном уровне и значений показателя точности опыта ( $P$  — от 0,7 до 4,3), что ниже 5 %. Выявлена тесная положительная связь (коэффициент корреляции  $r = 0,81$ ) между массой плодов и количеством семян в плодах [5, с. 63—87]. Полученные средние значения для массы плодов и семян, процента выхода семян из плодов, а также сроки цветения и плодоношения *Mahonia aquifolium* (Pursh) Nutt. могут быть использованы при организации планового выращивания посадочного материала вида.

**Практические рекомендации.** Растения *M. aquifolium* (Pursh) Nutt. рекомендуются для создания биорупп. Вид особенно высокоэффективен на переднем плане в группах на газоне; может быть использован и для оформления каменистых участков, в подлеске, из деревьев третьей величины или высоких кустарников, при оформлении опушек, а также для создания плотных живых изгородей и бордюров. *M. aquifolium* (Pursh) Nutt. эффективна для использования в качестве почвопокровных растений. В отдельные годы с холодными зимами в условиях Саратовской и Брянской области наблюдается повреждение не одревесневшей части годичного прироста, что требует до начала вегетации организации удаления поврежденных побегов с целью повышения декоративности особей. Вид успешно размножается генеративным и вегетативным способами. Позднелетний (вторая половина июля-август) и осенний посев семян в условиях Саратовской и Брянской области позволяют получить массовые всходы в середине мая, начале июня. Эффективен посев семян на затенённых участках питомника, или в специально созданные междурядья из других быстрорастущих видов, обеспечивающих защиту проростков и ювенильных растений *M. aquifolium* (Pursh) Nutt. от экстремальных температур и интенсивного испарения влаги. Весенний посев требует стратификации семян. Для обеспечения сохранности грунтовой всхожести семян, оптимального роста и развития проростков необходимо регулярное орошение,

обеспечивающее оптимальную влажность корнеобитаемого горизонта почвы не ниже 72—75 % от ПВ (полевой влагоемкости). Вегетативный способ размножения может успешно осуществляться зелеными черенками и корневыми отпрысками. Для получения посевного и посадочного материала (семена, черенки, корневые отпрыски) целесообразно создание в питомниках специальных корнеотпрысковых плантаций [4, с. 259—274]. Вид *M. aquifolium* (Pursh) Nutt. устойчив к вредителям. Из болезней опасность могут представлять грибковые инфекции.

**Заключение.** Представители рода *Mahonia* Nutt. представляют практический интерес для интродукции и введения в культуру в лесной, лесостепной, степной, полупустынной и пустынной зоне России.

### Список литературы:

1. Качалов А.А. Деревья и кустарники. М.: Лесная промышленность, 1969. — С. 179.
2. Колесников А.И. Декоративная дендрология. М.: Лесная промышленность, 1974. — С. 280—281.
3. Лапин П.И., Александрова М.С., Бородина М.А. и др. Древесные растения Главного ботанического сада АН СССР/ Под ред. академика Н.В. Цицина. М.: Наука, 1975. — С. 62—63.
4. Любимов В.Б. Интродукция растений (теория и практика). Брянск: Курсив, 2009. — 366 с.
5. Любимов В.Б., Балина К.В., Мельников И.В. Математические методы в экологии (учебное пособие). Брянск: РИО БГУ, 2013. — 224 с.
6. Рубцов Л.И., Гордиенко И.И., Каплуненко Н.Ф. Деревья и кустарники. Справочник / Под ред. Л.И. Рубцова. Киев: Наукова думка, 1974. — С. 162—163.

## СЕКЦИЯ 5.

### ХИМИЯ

#### 5.1. ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

#### КИНЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ТЕСТИРОВАНИЯ АНТИОКСИДАНТОВ

*Перевозкина Маргарита Геннадьевна*

*канд. хим. наук, старший преподаватель*

*Государственного аграрного университета Северного Зауралья,  
г. Тюмень*

*E-mail: [mgperevozkina@mail.ru](mailto:mgperevozkina@mail.ru)*

#### KINETIC MODELS FOR TESTING OF ANTIOXIDANTS

*Margarita G. Perevozkina*

*candidate of Science, Senior Lecturer, Department  
of State Agrarian University of North Zauralye,  
Tyumen*

#### АННОТАЦИЯ

Разработана кинетическая модель экспресс-тестирования антиоксидантной активности (АОА) различных классов органических соединений в условиях, приближенных к условиям биологической среды. Показано, что скорость окисления модельных липидов в водно-эмульсионной среде в 1000 раз выше, чем в безводной среде. Исследована АОА важнейших органических ингибиторов в сравнении со стандартными антиоксидантами дибунолом и  $\alpha$ -токоферолом в водно-липидных катализируемых субстратах. Установлены

константы скорости реакции  $k_7$  с пероксильными радикалами для наиболее активных АО.

### ABSTRACT

Developed kinetic model lipid rapid testing antioxidant activity (AOA) of various classes of organic compounds. The rate of oxidation of lipids in model water-emulsion medium is 1000 times higher than in non-aqueous medium. Investigated AOA important organic inhibitors compared with standard antioxidants dibunol and  $\alpha$ -tocopherol the water-catalyzed lipid substrates. Set the rate constant of  $k_7$  with peroxy radicals for the most active AO. The participation of effective inhibitors of oxidation in the process of destruction by molecular hydroperoxides.

**Ключевые слова:** каталитическое окисление липидов, экспресс-тестирование антиоксидантной активности, пероксидное окисление, соли металлов переменной валентности, мицеллы, водно-эмульсионная среда.

**Keywords:** catalytic oxidation of lipids, rapid testing antioxidant activity, lipid oxidation, salts of metals of variable valency, micelles, water-emulsion environment.

В связи с широким внедрением ингибиторов окисления, актуальной остается проблема предварительного тестирования их антиоксидантной активности. Поскольку большинство известных моделей для тестирования антиоксидантов являются гидрофобными, представлялось актуальным подобрать гидрофильную липидную систему и проверить её эффективность на примере известных химических соединений, предположительно имеющих антиоксидантную активность, сравнить их действие с реперными ингибиторами окисления.

Известно, что катионы металлов входят в структуру биокластеров, активных центров многочисленных белков-ферментов. Так, железо входит в состав гемоглобина, цитохромов, каталазы, содержится в ферритине, трансферрине. Кобальт входит в состав цианокобаламина (витамина  $B_{12}$ ), его аналоги являются кофакторами различных ферментов, участвующих в эритропоэзе. Медь содержится в цитохроме-С-оксидазе, в голубых белках, супероксиддисмутазе [2].

Особенности окисления липидов в клетке обусловлены, прежде всего, каталитической активностью катионов металлов и возможностью участия ферментов в регулировании этих процессов. Известны многочисленные работы по тестированию активности катионов металлов, которые относятся, в основном, к катализу гомогенных

липидных систем [1, 13—19]. Эти результаты имеют ограниченное значение для описания процессов окисления, протекающих в мицеллах и живой клетке. Мало работ, в которых сравниваются антиоксидантные свойства соединений различных классов в безводной и водно-эмульсионной (ВЭС) средах в условиях инициирования и катализа.

**Целью** данного исследования являлась разработка кинетического способа тестирования антиоксидантной активности различных классов органических соединений (фенолов, аминов, серосодержащих соединений), в условиях, приближенных к биологическим средам, изучение антиоксидантной активности ряда полифункциональных соединений в сравнении с реперными антиоксидантами дибунолом и  $\alpha$ -токоферолом.

#### **Экспериментальная часть**

Антиоксидантную активность (АОА) изучали манометрическим методом поглощения кислорода в модифицированной установке типа Варбурга при окислении модельного субстрата (метиллинолеата (МЛ), метилолеата (МО) и этилолеата (ЭО)) в присутствии триметилцетиламмоний бромида (ЦТМАБ) в качестве поверхностно-активного вещества (ПАВ) ( $10^{-4}$ — $10^{-2}$ М), с добавками растворов солей металлов в количестве ( $10^{-6}$ — $10^{-1}$ М) при  $t=(60\pm 0,2)^{\circ}\text{C}$ . Соотношение воды и эфира составляло 3:1, а общий объем пробы 4 мл [10]. Кинетику поглощения кислорода в безводной среде изучали в среде инертного растворителя хлорбензола, процесс инициировали за счет термического разложения АИБН. Использовали термостатируемую окислительную ячейку объемом 2—5 см<sup>3</sup>, окисление проводили кислородом воздуха, температура опытов составляла  $(60\pm 0,2)^{\circ}\text{C}$ .

Графическим методом определяли величину периода индукции ( $\tau_i$ ), представляющей собой отрезок оси абсцисс, отсекаемый перпендикуляром, опущенным из точки пересечения касательных, проведенных к кинетической кривой. Эффективность торможения процесса окисления липидного субстрата определяется совокупностью реакций ингибитора и обозначает его антиоксидантную активность, количественно определяемой по формуле  $\text{АОА} = \tau_i - \tau_s / \tau_s$ , где  $\tau_s$  и  $\tau_i$  — периоды индукции окисления субстрата в отсутствие и в присутствии исследуемого АО соответственно, сравнивали с действием ингибитора, принятого за стандарт, используя отношение  $\tau_i / \tau_{\text{реп.}}$ , где  $\tau_{\text{реп.}}$  — период индукции реперного ингибитора. Скорость инициирования определяли уравнением  $W_i = f [\ln H] / \tau_i$ , где  $f$  —

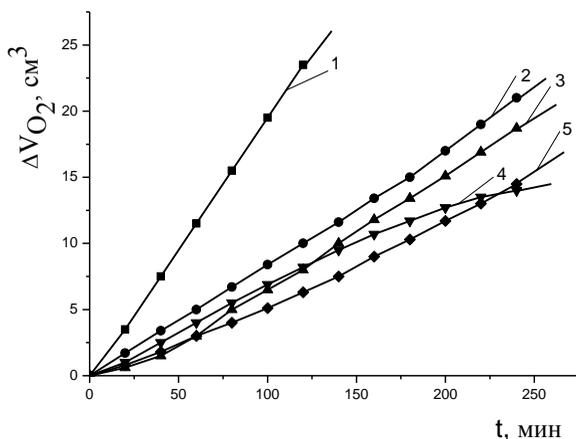
стехиометрический коэффициент ингибирования,  $[InH]$  — концентрация ингибитора,  $\tau_i$  — период индукции.

Антирадикальную активность (АРА) тестировали в системе иницированного окисления этилбензола хемиллюминесцентным (ХЛ) методом совместно с к.х.н. И.Ф. Русиной [9]. Кинетику накопления гидропероксидов изучали при аутоокислении модельных субстратов (МО и линолевой кислоты (ЛК)) методом обратного йодометрического титрования в среде хлорбензола,  $t=60^\circ\text{C}$  [6]. В качестве реперных ингибиторов использовали  $\alpha$ -токоферол ( $\alpha$ -ТФ) и дибунол, при этом концентрации АО были сравнимыми. Критическую концентрацию мицеллообразования ЦТМАБ изучали методом Ребиндера и рефрактометрическим методом.

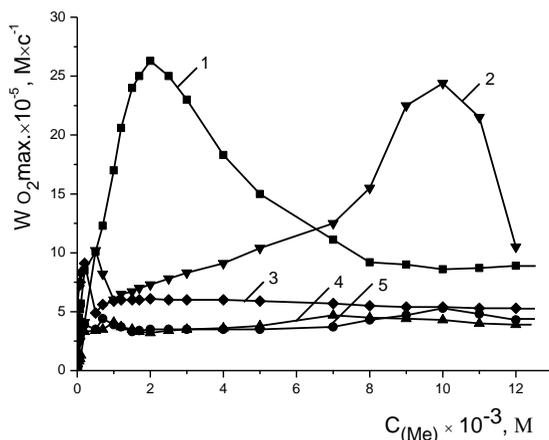
### **Результаты и их обсуждение**

Разработка кинетического метода базировалась на исследовании активности солей металлов переменной валентности: сульфата железа (II), хлорида железа (III), хлорида никеля (II), хлорида кобальта (II), хлорида меди (II) в водно-липидных субстратах. Для эмульгирования модельного субстрата использовали поверхностно-активное соединение ЦТМАБ, в качестве липидов исследованы: метилолеат, этилолеат, метиллинолеат, линолевая кислота. С целью выбора наиболее эффективного катализатора изучали в сравнительном аспекте влияние упомянутых выше солей на процесс окисления МЛ. Более детальное изучение кинетики окисления липидных субстратов в присутствии металлов переменной валентности было показано ранее в работе [10].

На рисунке 1 представлены кинетические кривые (КК) поглощения кислорода в присутствии равных добавок ( $1 \times 10^{-3}$  М) солей железа (II,III), никеля (II), кобальта (II) и меди (II). Из рис. 1 видно, что в сравнимых концентрациях наиболее эффективным катализатором является хлорид меди (II). Для него отмечается наибольшая скорость процесса, оцениваемая из наклона кинетических кривых (КК). При сопоставлении абсолютных значений максимальной скорости окисления ( $W_{\text{max}}$ ) исследуемые катализаторы располагаются в следующем порядке:  $\text{NiCl}_2 < \text{FeCl}_3 < \text{Fe}_2\text{SO}_4 < \text{CoCl}_2 < \text{CuCl}_2$ .



**Рисунок 1. Кинетика окисления МЛ в водно-эмульсионной среде в присутствии добавок солей металлов в концентрации  $1 \times 10^{-3}$  М: 1 —  $\text{CuCl}_2$ , 2 —  $\text{FeSO}_4$ , 3 —  $\text{CoCl}_2$ , 4 —  $\text{FeCl}_3$ , 5 —  $\text{NiCl}_2$ ,  $1 \times 10^{-3}$  М СЦТМАБ,  $t=60^\circ\text{C}$**



**Рисунок 2. Зависимость стационарных скоростей окисления МЛ в присутствии солей катализаторов от их концентрации, М: 1 —  $\text{NiCl}_2$ , 2 —  $\text{FeCl}_3$ , 3 —  $\text{Fe}_2\text{SO}_4$ , 4 —  $\text{CoCl}_2$ , 5 —  $\text{CuCl}_2$ ,  $1 \times 10^{-3}$  М СЦТМАБ,  $t=60^\circ\text{C}$**

В результате исследований установлено, что аутоускоренный характер имеет кинетика окисления водно-липидных субстратов только в присутствии катионов  $\text{Fe}^{2+}$ ,  $\text{Co}^{2+}$  и  $\text{Cu}^{2+}$ . Характер кинетических кривых окисления липидных субстратов в зависимости от концентрации катионов позволил предполагать преобладающее участие  $\text{Fe}^{3+}$ ,  $\text{Ni}^{2+}$  в обрыве цепей, участие  $\text{Fe}^{2+}$ ,  $\text{Co}^{2+}$ ,  $\text{Cu}^{2+}$  в зарождении и разветвлении цепей.

Действие упомянутых выше солей было изучено в широком диапазоне концентраций для отбора среди них наиболее эффективных катализаторов. На рисунке 2 приведены закономерности изменения максимальной скорости процесса окисления от концентрации катализатора. Можно видеть, что концентрационные зависимости для всех веществ носят экстремальный характер, экстремумы проявляются в разных диапазонах.

Скорости окисления липидных субстратов в присутствии солей  $\text{NiCl}_2$  и  $\text{FeCl}_3$  выходят на максимум при концентрациях  $1,0 \times 10^{-3}$  М, далее с ростом концентрации их значение не меняется и составляет  $(4,0 \pm 0,2) \times 10^{-5} \text{ М} \times \text{с}^{-1}$  и  $(5,0 \pm 0,3) \times 10^{-5} \text{ М} \times \text{с}^{-1}$  соответственно. Максимальная скорость при окислении с добавками сульфата железа отмечается в диапазоне  $(0,1—1,0)$  М и составляет  $(9,4 \pm 0,4) \times 10^{-5} \text{ М} \times \text{с}^{-1}$ , при дальнейшем росте концентрации — остается постоянной и составляет  $(6,0 \pm 0,2) \times 10^{-5} \text{ М} \times \text{с}^{-1}$ . Зависимость  $W_{\text{max}}$  систем с добавками хлорида кобальта имеет "пик" при концентрации  $(9—11) \times 10^{-3}$  М, при которой ее величина составляет  $(24,4 \pm 0,4) \times 10^{-5} \text{ М} \times \text{с}^{-1}$ . Хлорид меди по своим каталитическим свойствам выделяется среди всех исследуемых веществ. Скорость окисления в присутствии хлорида меди выше в 5 раз, чем в присутствии других солей металлов переменной валентности и при концентрации  $2 \times 10^{-3}$  М составляет  $(26,3 \pm 0,3) \times 10^{-5} \text{ М} \times \text{с}^{-1}$  (табл.1).

В нашем эксперименте каталитическая активность солей металлов уменьшается в ряду:  $\text{Cu}^{2+} > \text{Fe}^{2+} > \text{Fe}^{3+} > \text{Co}^{2+} > \text{Ni}^{2+}$ . Ранее каталитическое действие металлов переменной валентности изучалось при окислении растительных масел и модельных липидных субстратов [13, 14, 2, 16, 17—19]. Был получен ряд каталитической активности катионов:  $\text{Cu}^{2+} > \text{Mn}^{2+} > \text{Fe}^{2+} > \text{Cr}^{2+} > \text{Ni}^{2+} \gg \text{Zn}^{2+}$ . Как видно из приведенных выше данных изученные соли вписываются в указанный ряд активности металлов, а хлорид меди обладает наибольшей каталитической активностью при наименьшей концентрации  $2 \times 10^{-3}$  М.

Таблица 1.

**Кинетические параметры окисления метиллинолеата в присутствии солей железа (II,III), никеля (II), кобальта (II) и меди (II) в ВЭС,  $t=60^{\circ}\text{C}$ ,  $C_{\text{ЦТМАБ}} = 1 \times 10^{-3} \text{ M}$ , вода: липиды — 3:1.**

Катализатор	Fe <sup>2+</sup>	Fe <sup>3+</sup>	Ni <sup>2+</sup>	Co <sup>2+</sup>	Cu <sup>2+</sup>	Fe <sup>2+</sup>	Fe <sup>3+</sup>	Ni <sup>2+</sup>	Co <sup>2+</sup>	Cu <sup>2+</sup>
[Кат.],M	$2 \times 10^{-3}$					$1 \times 10^{-3}$				
[Кат.]/[МЛ]	1 : 50					1 : 100				
$W_{\text{нач.}} \times 10^{-5},$ $\text{M} \times \text{c}^{-1}$	6,8	1,7	2,4	14,2	14,4	6,8	2,3	3,5	11,4	8,6
$W_{\text{max.}} \times 10^{-5},$ $\text{M} \times \text{c}^{-1}$	6,1	3,5	3,2	7,3	26,3	5,9	3,2	4,1	6,8	14,5

Следующим этапом создания модели для тестирования антиоксидантов был выбор концентрации ЦТМАБ. Известно [4, 5], что скорость окисления в гомогенных системах ниже, чем в эмульсиях и зависит от степени ее дисперсности. В работе [2] установлено, что соотношение констант скорости роста и обрыва цепи при инициированном окисление кумола в эмульсиях и гомогенной системе соотносится как 5,5:1 и равно 110 и 20 соответственно.

Нами также было установлено, что скорость окисления МЛ в водно-эмульсионной среде ~ в 1000 раз выше, чем в безводной среде.

При выборе оптимальной концентрации ЦТМАБ исследовали диапазон ( $10^{-4}$ — $10^{-2}$ ) M. Установлено, что с ростом концентраций ПАВ скорость процесса проходит через максимум, соответствующий концентрации  $1 \times 10^{-3}$  M. Дальнейшее повышение концентрации ЦТМАБ приводит к снижению скорости окисления. Указанную концентрацию детергента, обеспечивающую наибольшую скорость реакции, можно рекомендовать для использования в гетерогенных моделях окисления. Методом Ребиндера и рефрактометрическим методом была определена критическая концентрация мицеллообразования ЦТМАБ ( $1,0 \pm 0,2$ )  $\times 10^{-3}$  M, что соответствовало кинетическим данным.

Механизм каталитического окисления липидов в водно-эмульсионной среде сводится к следующему: в присутствии ЦТМАБ формируются мицеллы. Добавки катионного ПАВ усиливают мицеллообразование, при этом катионы внедряются в промежутки между углеводородными «хвостами» и образуют двойной электрический слой. При образовании свободных радикалов высших жирных кислот катионы катализатора должны иметь доступ

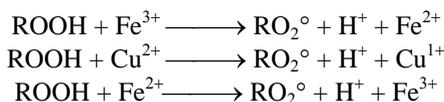
к гидрофобным хвостам субстрата. При низких концентрациях катионы катализатора имеют большую вероятность донорно-акцепторного взаимодействия с эфирными группами субстрата, приводящего к образованию в присутствии катализатора свободных радикалов по реакции:



Вероятно, существуют оптимальные концентрации ЦТМАБ, при которых количество контактов катиона катализатора, липидов и кислорода максимально. При увеличении концентрации ЦТМАБ количество катионов на поверхности мицеллы возрастает, происходит более интенсивное отталкивание катионов катализатора, снижение скорости зарождения цепей и скорости процесса окисления.

В соответствии с приведенной гипотезой, добавки  $1 \times 10^{-3}$  М ЦТМАБ являются оптимальными, обеспечивающими максимальный контакт катионов меди и кислорода с жирно-кислотными радикалами. Увеличение концентрации ПАВ снижает количество таких контактов, и скорость процесса соответственно.

Механизм действия металлов связывают с каталитическим разрушением гидропероксидов в соответствии с реакциями [4]:



Образующиеся при этом алкоксильные и пероксильные радикалы участвуют в дальнейшем в реакциях продолжения цепей окисления. Катионы металлов могут конкурентно участвовать в обрыве цепей, что должно приводить к замедлению процесса на глубоких стадиях окисления. Замедление процесса возможно также за счет перехода катиона металла в менее активную форму.

Таким образом, результаты настоящего исследования демонстрируют возможности новой кинетической модели, которая может быть предложена для изучения процессов свободно-радикального окисления липидных субстратов различного происхождения.

Подобные закономерности наблюдаются и при окислении этилолеата и метилолеата.

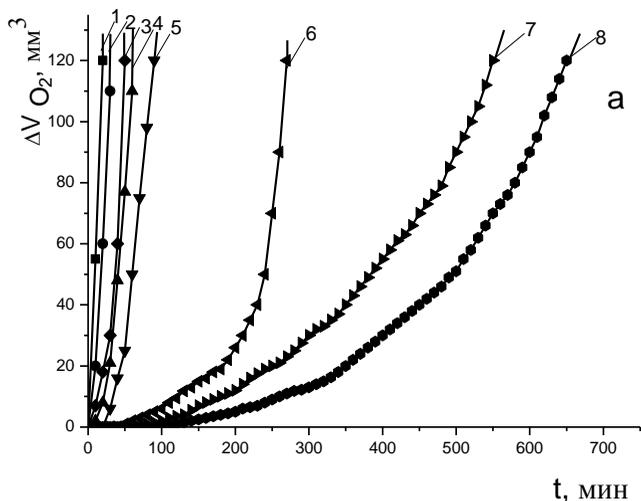
На основе проведенных исследований была предложена новая кинетическая модель для тестирования биоантиоксидантов. Модельный

субстрат содержит  $2 \times 10^{-3}$  М хлорида меди (II),  $1 \times 10^{-3}$  М ЦТМАБ, липиды (МО, ЭО, МЛ) и воду, соотношение липиды-вода 1 : 3.

В настоящем работе приведены результаты исследования кинетики каталитического окисления липидного субстрата в водно-эмульсионной среде в присутствии ряда полифункциональных соединения в зависимости от концентрации и структуры, без учета спектра их фармакологического действия. Ряд производных фенола составили: салициловая кислота, парацетамол, осалмид. Ряд двухатомных фенолов представляли: пирокатехин, адреналин, метилдофа. В качестве гетероциклических производных использовались: фентоламин, аллопуринол, эмоксипин. В качестве аминов исследовали: новокаин, коринфар. В качестве серосодержащего соединения изучали капотен. Реперными АО послужили  $\alpha$ -токоферол и дибунол. Химические формулы изучаемых соединений представлены в табл. 2.

Для доказательства свободно-радикального механизма каталитического окисления липидного субстрата использован метод ингибиторов. Проведено исследование закономерностей окисления модельного субстрата (МЛ, ЭО) в присутствии добавок стационарных ингибиторов окисления дибунла и  $\alpha$ -токоферола. По результатам эксперимента рассчитаны кинетические параметры окисления субстратов.

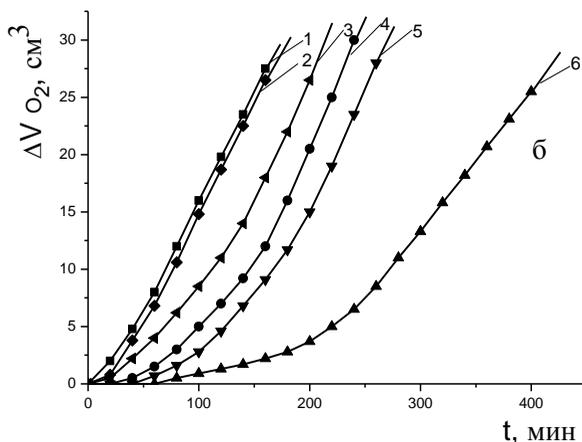
В нашем исследовании показан идентичный характер КК окисления ЭО в растворе хлорбензола в присутствии  $6 \times 10^{-3}$  М инициатора и водно-эмульсионной системе в присутствии  $2 \times 10^{-3}$  М хлорида меди при разных концентрациях дибунла (Рис. 3 а б). Показано, что в водно-эмульсионной среде дибунол проявляет себя как сильный ингибитор: наблюдается период полного торможения, период аутоускорения и достижение максимальной скорости окисления. Периоды индукции увеличиваются пропорционально увеличению концентрации дибунла. Наличие торможения в присутствии добавок дибунла является признаком радикально-цепного механизма процесса. По наклону прямой в координатах  $\tau, [InH]$  была рассчитана скорость иницирования в обеих системах (Рис.4), получены значения  $6,2 \times 10^{-8}$  и  $6,7 \times 10^{-5} \text{ М} \times \text{с}^{-1}$  в безводной и водно-эмульсионной системе соответственно. Сравнение максимальных скоростей окисления ЭО при  $t = (60 \pm 0,2)^\circ\text{C}$  в безводной и водно-эмульсионной средах равных  $1,3 \times 10^{-7}$  и  $1,4 \times 10^{-4} \text{ М} \times \text{с}^{-1}$  соответствует различию скоростей иницирования  $\sim$  в 1000 раз.



**Рисунок 3а. Кинетика окисления этилолеата в безводной среде в присутствии добавок дибунола,  $M$ : 1 — контроль,  $6 \times 10^{-3} M$  АИБН; 2 —  $5 \times 10^{-6}$ , 3 —  $1 \times 10^{-5}$ , 4 —  $5 \times 10^{-5}$ , 5 —  $1 \times 10^{-4}$ , 6 —  $5 \times 10^{-4}$ , 7 —  $7,5 \times 10^{-4}$ , 8 —  $1 \times 10^{-3}$ ,  $t=60^\circ C$**

Было показано, что реперный биоантиоксидант  $\alpha$ -токоферол в ВЭС проявлял слабые антиоксидантные свойства, в концентрациях свыше  $1 \times 10^{-3} M$  промотировал процесс окисления липидных субстратов (рис. 5, табл. 4). Полученные результаты указывают на более сложный механизм действия  $\alpha$ -токоферола в катализируемом субстрате. Причиной ускорения процесса может быть комплексообразование ОН-группы  $\alpha$ -токоферола с катализатором. В процессе окисления  $\alpha$ -токоферол образует достаточно активные токофероксильные радикалы, способные участвовать в побочных реакциях продолжения цепей с молекулами субстрата (RH):



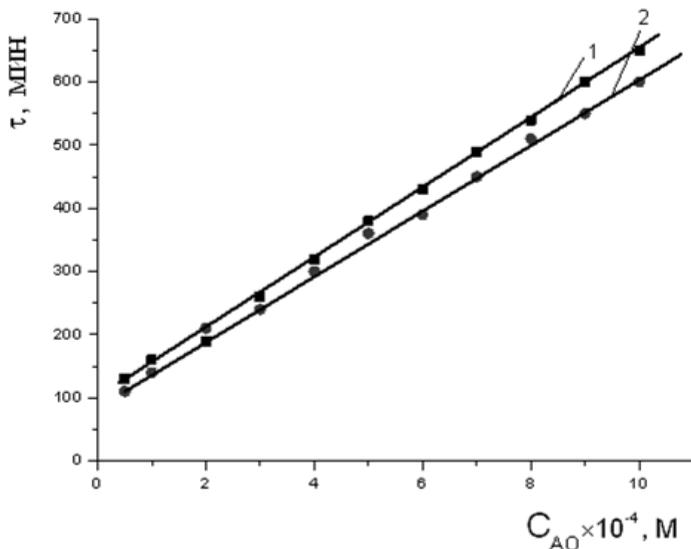


**Рисунок 3б. Кинетика окисления этилолеата в водно-эмульсионной среде в присутствии добавок дибунола, моль/дм<sup>3</sup>: 1 — контроль, 2 —  $1 \times 10^{-6}$ , 3 —  $2 \times 10^{-5}$ , 4 —  $5 \times 10^{-5}$ , 5 —  $1 \times 10^{-4}$ , 6 —  $5 \times 10^{-4}$ ,  $t = 60^\circ \text{C}$**

Поскольку известно [3, 8, 11, 12], что в углеводородной среде увеличение АРА фенолов происходит под влиянием электроно-донорных заместителей, рассмотрим полученные ряды соединений в зависимости от структуры.

В соответствии с теорией, ингибиторы условно делятся на сильные и слабые. Сильные ингибиторы эффективно тормозят окисление, участвуя только в реакциях обрыва цепей. Кинетика такого процесса характеризуется периодом полного торможения, аутоускорением и достижением максимальной скорости. Слабые ингибиторы способны не только обрывать цепи, но из-за высокой активности своих радикалов, участвовать в реакциях продолжения цепей. Кинетика такого процесса характеризуется отсутствием периода полного торможения, достаточно высокими начальными скоростями, аутоускорением на определенном уровне окисления, достижением максимальной скорости. Алкилированные в *para*- и *ortho*-положения фенолы, двухатомные фенолы считаются сильными ингибиторами. Каждая алкильная или гидроксильная группа увеличивает АРА на определенную величину. Ингибитор тем эффективнее, чем меньше полярность и больше размер замес-

тителя в *para*- положении. В аминах заместители электронодоноры повышают их антирадикальную активность. В фенолах и аминах антирадикальная активность тем выше, чем ниже окислительно-восстановительный потенциал. Иногда амины оказывают ускоряющее действие, сто связано с увеличением скорости зарождения цепей за счет взаимодействия с гидропероксидами по радикальному механизму.



**Рисунок 4. Зависимости периода индукции от концентрации дибунола в безводной среде в присутствии  $6 \times 10^{-3}$  моль/дм<sup>3</sup> АИБН (1) и в водно-эмульсионной среде в присутствии  $2 \times 10^{-3}$  моль/дм<sup>3</sup>  $\text{CuCl}_2$  (2),  $t = 60^\circ \text{C}$**

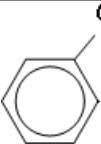
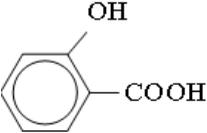
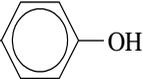
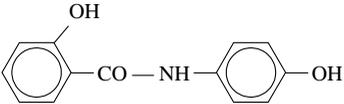
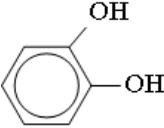
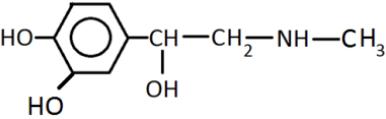
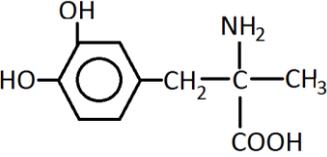
Методом хемиллюминесценции в группе исследуемых соединений была оценена величина константы скорости реакции  $k_7$  АО с пероксильными радикалами [9]:

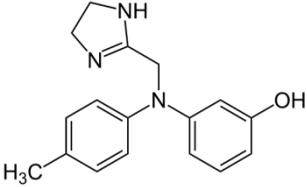
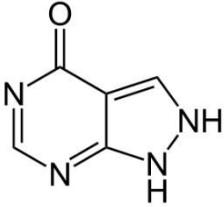
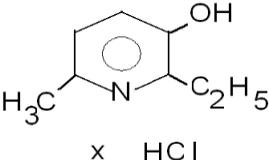
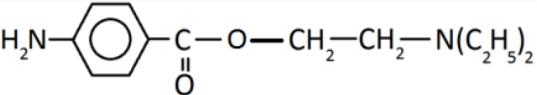
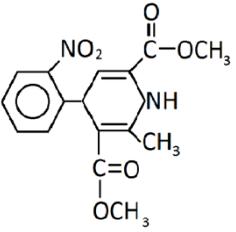
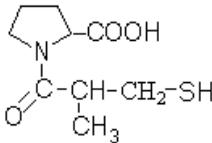
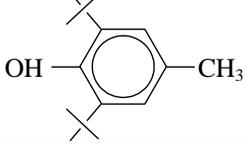


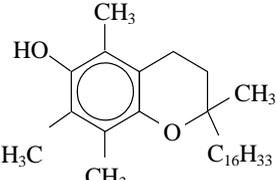
где: InH — ингибитор окисления,  
 $\text{In}\cdot$  — радикал ингибитора,  
 $\text{RO}_2\cdot$ - пероксильный радикал.

Таблица 2.

## Химические формулы изучаемых антиоксидантов

№ п/п	Название АО	Формула
1	Фенол	
2	Салициловая кислота	
3	Парацетамол (Пара-ацетамино-фенол)	$\text{CH}_3 - \text{CO} - \text{NH} - $ 
4	Осалмид (Амид 1-(N-4'-гидрокси-фенил) салициловой кислоты)	
5	Пирокатехин (1,2-ди-гидрокси-бензол)	
6	Адреналин (1-(3',4'-дигидроксифенил)-2(N-метил)-аминоэтанол)	
7	Метилдофа (2-амино-2-метил-3-(3',4'-дигидрокси)-фенилпропановая кислота)	

8	Фентоламин (2-[N-пара-толил-N-(мета-оксифенил)-аминометил]-имидазолина гидрохлорид)	
9	Аллопуринол (1,5-Дигидро-4Н-пиразоло[3,4-d]пиримидин-4-он)	
10	Эмоксипин (3-гидрокси-6-метил-2-этилпиридин)	
11	Новокаин (2-(диэтиламино)этил-4-аминобензоат)	
12	Коринфар (2,6-диметил-4-(2'-нитро-фенил)-1,4-дигидро-пиридин-3,5-дикарбоновой кислоты диметилловый эфир)	
13	Капотен 1-[(2S)-3-меркапто-2-метилпропионил]-L-пролин	
14	Дибунол (2,6-дитрет.бутил-4-метил-фенол)	

15	$\alpha$ -Токоферол (2,5,7,8-тетраметил-2-(4,8,12-триметилтридецил)-6-оксихроман)	
----	--------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------

Стехиометрический фактор ингибирования  $f$ , показывающий количество свободных радикалов, реагирующих с молекулой ингибитора, приведен в табл. 3. При исследовании кинетики изменения интенсивности ХЛ в присутствии исследуемых соединений было установлено, что все АО оказывают ингибирующее действие на процесс окисления модельного субстрата. Показано, что наибольшую активность в реакции с пероксильными радикалами проявляет осалмид (табл. 3), константа скорости реакции  $k_7$  которого обусловлена акцепторным характером заместителя в *para*-положении, наличием  $\pi$ -р-сопряжения между амино-группой и фенолом. АРА осалмида может складываться из активности двух гидроксильных групп, в парацетамоле донорный заместитель содержится в *para*-положении. В салициловой кислоте антирадикальная активность может снижаться за счет акцепторного характера карбоксильной группы. Сравнение констант скорости реакции  $k_7$  исследуемых соединений и  $\alpha$ -ТФ показывает, что основной природный АО более активен в реакции с пероксильными радикалами (практически в 360 раз). Однако, описанные выше закономерности изменения антирадикальной активности в соответствии с донорным или акцепторным характером заместителей далеко не однозначны.

Исследована кинетика окисления модельного субстрата в ВЭС с добавками фенола. Показано, что все концентрации фенола замедляют процесс окисления, снижая начальную и максимальную скорости пропорционально концентрации (рис. 5 табл. 4). Представленные результаты свидетельствуют о том, что в данной системе фенол является слабым ингибитором, но продукты его превращения участвуют в обрыве цепей.

Из литературы известно [12], что в этилбензоле при  $t=60^\circ\text{C}$   $k_7$  для фенола и пирокатехина равны  $3 \times 10^3$  и  $6 \times 10^5 \text{ M} \cdot \text{s}$  соответственно. По результатам нашего исследования (табл.4) эффективность торможения при всех концентрациях пирокатехина существенно ниже, чем для подобных концентраций фенола. Очевидно, что причину такого различия нельзя объяснить структурой фенолов и следует связывать с влиянием активности катализатора. Пирокатехин

существенно тормозит окисление ЭО только при концентрациях  $1 \times 10^{-2}$  М и выше. При концентрации пирокатехина  $1 \times 10^{-4}$  М происходит ускорение, а при его концентрации  $1 \times 10^{-3}$  М очень слабое замедление процесса (рис. 6). Вероятно, ускорение процесса обусловлено активацией катализатора за счет комплексообразования с солями меди. При концентрации пирокатехина  $1 \times 10^{-2}$  М его соотношение с катализатором составляет 5:1. В этих условиях большая часть пирокатехина не задействована в комплексообразовании и проявляет антиоксидантную активность.

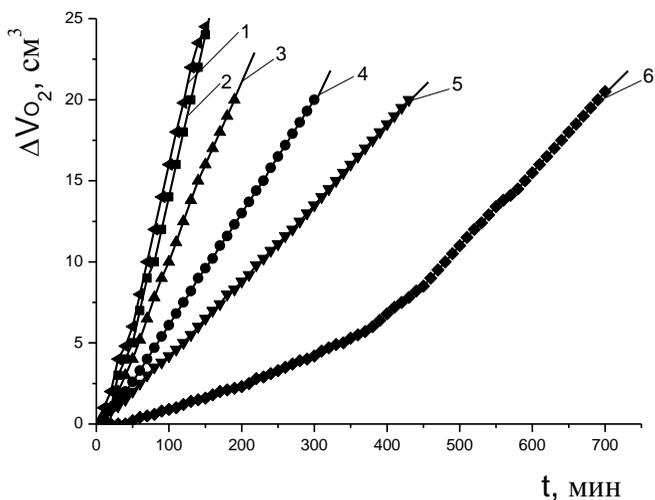
**Таблица 3.**

**Значения константы скорости реакции АО с пероксильными радикалами  $RO_2^\circ$   $W_i=2,3 \times 10^{-8} \text{ М} \times \text{с}^{-1}$ ;  $C_{AO}=1 \times 10^{-3} \text{ М}$ ;  $t=60^\circ$**

№ п/п	Название Фенола	$k_7 \times 10^4, \text{ М}^{-1} \times \text{с}^{-1}$	f
1	Фенол	0,24	2,7
2	Салициловая кислота	0,23	2,0
3	Парацетамол	4,00	2,4
4	Осалмид	6,86	2,4
5	$\alpha$ -токоферол	360	2,0
6	Дibuнол	1,40	2,0

АОА салициловой кислоты всегда ниже, чем у фенола и уменьшается с увеличением её концентрации. Такой характер влияния салициловой кислоты может быть обусловлен образованием салицилата меди.

Впервые АОА осалмида была показана в нашей работе [7]. Осалмид проявлял более высокую антиоксидантную активность, чем фенол. Установлено, что все исследуемые концентрации осалмида уменьшали начальную и максимальную скорости окисления в 5 раз по сравнению с контролем. Высокая эффективность торможения осалмида связана с участием в реакциях обрыва цепей. Во всем диапазоне изученных концентраций парацетамол снижал начальную и максимальную скорости окисления, по сравнению с контролем в 2—5 раз, проявляя высокую АОА, уступая только осалмиду (рис. 5, табл. 4).



**Рисунок 5.** Кинетика окисления этилолеата в водно-эмульсионной среде в присутствии добавок АО в концентрации  $1 \times 10^{-3}$  М:

1 — контроль; 2 —  $\alpha$ -токоферол; 3 — салициловая кислота;  
 4 — фенол; 5 — парацетамол; 6 — осалмид;  
 $2 \times 10^{-3}$  М  $\text{CuCl}_2$ ,  $t=60^\circ \text{C}$

**Таблица 4.**

**Кинетические параметры окисления липидных субстратов в водно-эмульсионной среде в присутствии  $2 \times 10^{-3}$  М  $\text{CuCl}_2$  в зависимости от концентрации АО,  $t=60^\circ \text{C}$**

№ п/п	$C_{\text{АО}}, \text{M}$	$\tau_p, \text{мин.}$	$W_{\text{нач.}} \times 10^{-5}, \text{M} \times \text{c}^{-1}$	$W_{\text{max.}} \times 10^{-5}, \text{M} \times \text{c}^{-1}$
I Фенол				
1	Контроль ЭО	15	7,5	14,0
2	$1 \times 10^{-6}$	18	7,0	12,0
3	$1 \times 10^{-5}$	20	6,8	8,4
4	$1 \times 10^{-4}$	30	3,9	4,6
5	$5 \times 10^{-4}$	40	3,3	4,2
6	$1 \times 10^{-3}$	50	2,5	4,0
7	$5 \times 10^{-3}$	85	2,5	3,8
8	$1 \times 10^{-2}$	130	1,3	3,2

II Салициловая кислота				
9	Контроль ЭО	15	7,5	14,0
10	$5 \times 10^{-5}$	18	6,4	13,0
11	$1 \times 10^{-4}$	22	3,6	7,7
12	$5 \times 10^{-4}$	30	4,0	7,2
13	$1 \times 10^{-3}$	35	5,1	11,9
14	$5 \times 10^{-3}$	40	3,8	6,7
15	$1 \times 10^{-2}$	40	3,6	6,5
III Парацетамол				
16	Контроль ЭО	15	7,5	14,0
17	$5 \times 10^{-5}$	15	7,3	13,7
18	$1 \times 10^{-4}$	20	6,2	10,0
19	$2 \times 10^{-4}$	25	5,9	6,0
20	$1 \times 10^{-3}$	40	2,5	3,1
21	$5 \times 10^{-3}$	40	2,2	2,6
22	$1 \times 10^{-2}$	45	2,0	2,4
IV Осалмид				
23	Контроль ЭО	15	7,5	14,0
24	$5 \times 10^{-5}$	25	5,1	10
25	$1 \times 10^{-4}$	45	2,9	4,4
26	$5 \times 10^{-4}$	215	1,4	4,2
27	$2 \times 10^{-3}$	390	0,5	2,5
28	$5 \times 10^{-3}$	425	0,5	2,5
29	$1 \times 10^{-2}$	500	0,4	2,5
V Пирокатехин				
30	Контроль ЭО	15	7,5	14,0
31	$5 \times 10^{-5}$	10	10,1	14,0
32	$1 \times 10^{-4}$	9	12,0	17,3
33	$5 \times 10^{-4}$	50	8,3	15,1
34	$1 \times 10^{-3}$	70	5,1	14,2
35	$5 \times 10^{-3}$	90	2,2	15,2
36	$1 \times 10^{-2}$	120	1,9	16,8
V Адреналин				
37	Контроль ЭО	15	7,5	14,0
38	$5 \times 10^{-5}$	25	4,5	4,9
39	$1 \times 10^{-4}$	30	3,4	4,6
40	$5 \times 10^{-4}$	35	2,8	6,1
41	$1 \times 10^{-3}$	40	2,1	4,5
42	$2 \times 10^{-3}$	45	1,7	4,2
43	$5 \times 10^{-3}$	45	1,6	4,0
44	$1 \times 10^{-2}$	60	0,9	3,8

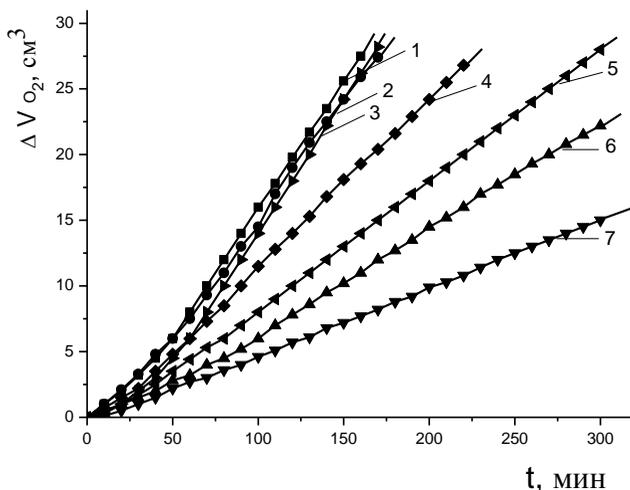
VI Метилдофа				
45	Контроль ЭО	15	7,5	14,0
46	$5 \times 10^{-5}$	20	7,1	9,4
47	$1 \times 10^{-4}$	30	6,8	8,8
48	$5 \times 10^{-4}$	35	3,6	6,6
49	$1 \times 10^{-3}$	35	3,4	5,1
50	$5 \times 10^{-3}$	45	1,8	2,9
51	$1 \times 10^{-2}$	60	0,9	2,4
VII Фентоламин				
52	Контроль ЭО	15	7,5	14,0
53	$5 \times 10^{-5}$	15	7,4	13,8
54	$1 \times 10^{-4}$	15	7,4	13,7
55	$1 \times 10^{-3}$	20	6,8	13,8
56	$5 \times 10^{-3}$	20	6,8	13,2
57	$1 \times 10^{-2}$	55	6,1	13,4
58	$5 \times 10^{-2}$	65	5,7	13,3
59	$1 \times 10^{-1}$	70	5,2	13,1
VIII Аллопуринол				
60	Контроль ЭО	15	7,5	14,0
61	$5 \times 10^{-5}$	30	3,8	11,5
62	$1 \times 10^{-4}$	50	3,7	5,3
63	$5 \times 10^{-4}$	60	3,6	5,0
64	$1 \times 10^{-3}$	70	3,5	5,5
65	$2 \times 10^{-3}$	70	3,0	5,5
66	$5 \times 10^{-3}$	75	2,9	5,5
67	$1 \times 10^{-2}$	80	2,6	5,6
IX Эмоксипин				
68	Контроль ЭО	15	7,5	14,0
69	$5 \times 10^{-5}$	30	3,4	5,1
70	$1 \times 10^{-4}$	40	2,1	4,3
71	$5 \times 10^{-4}$	45	1,5	3,7
72	$1 \times 10^{-3}$	55	1,0	3,5
73	$2 \times 10^{-3}$	60	0,9	3,4
74	$5 \times 10^{-3}$	70	0,8	3,2
75	$1 \times 10^{-2}$	90	0,7	2,6
X Новокаин				
76	Контроль ЭО	15	7,5	14,0
77	$5 \times 10^{-5}$	20	6,8	9,8
78	$1 \times 10^{-4}$	45	6,7	9,2
79	$5 \times 10^{-4}$	50	6,6	8,5
80	$1 \times 10^{-3}$	50	6,5	7,6
81	$5 \times 10^{-3}$	60	6,2	7,1

82	$1 \times 10^{-2}$	70	5,7	6,8
XI Коринфар				
83	Контроль ЭО	15	7,5	14,0
84	$5 \times 10^{-5}$	21	6,8	10
85	$1 \times 10^{-4}$	26	4,9	7,0
86	$5 \times 10^{-4}$	37	4,3	5,0
87	$1 \times 10^{-3}$	50	3,9	5,0
88	$5 \times 10^{-3}$	90	2,5	4,3
89	$1 \times 10^{-2}$	100	1,4	2,5
XII Капотен				
90	Контроль МЛ	5	14,4	26,3
91	$1 \times 10^{-6}$	8	7,6	17,9
92	$1 \times 10^{-5}$	15	6,9	11,7
93	$1 \times 10^{-4}$	26	6,2	16,9
94	$1 \times 10^{-3}$	45	3,6	17,6
95	$1 \times 10^{-2}$	95	2,1	17,5
96	$1 \times 10^{-1}$	395	0,6	17,4
XIII Дибунол				
97	Контроль ЭО	15	7,5	14,0
98	$1 \times 10^{-6}$	40	7,3	13,6
99	$1 \times 10^{-5}$	65	7,0	12,3
100	$5 \times 10^{-5}$	110	2,6	9,3
101	$1 \times 10^{-4}$	140	2,1	8,7
102	$2 \times 10^{-4}$	210	1,6	8,6
103	$5 \times 10^{-4}$	360	1,3	8,4
104	$1 \times 10^{-3}$	600	1,0	8,0
XIV $\alpha$ -Токоферол				
105	Контроль МЛ	5	14,4	26,3
106	$1 \times 10^{-8}$	10	14,0	21,3
107	$1 \times 10^{-7}$	15	11,0	21,1
108	$1 \times 10^{-6}$	20	9,7	19,4
109	$1 \times 10^{-5}$	25	6,8	18,3
110	$1 \times 10^{-4}$	35	5,2	14,3
111	$1 \times 10^{-3}$	15	14,6	32,2
112	$1 \times 10^{-2}$	6	15,7	34,4
113	$1 \times 10^{-1}$	5	16,8	57,3

Исходя из концентрационных зависимостей, получаем ряд уменьшения АОА активности: дибунол > осалмид > парацетамол > фенол > салициловая кислота.

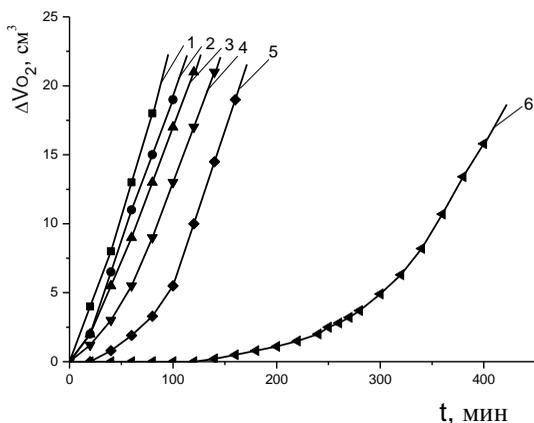
Особый интерес представляет поведение аминафенолов при каталитическом окислении липидных субстратов. Известно,

что многие наиболее активные компоненты клетки являются аминами, около 80 % лекарственных препаратов также представляют собой амины. В настоящей работе исследованы аминофенолы и амины.



**Рисунок 6. Кинетика окисления этилолеата в водно-эмульсионной среде в присутствии добавок АО в концентрации  $1 \times 10^{-3} M$ : 1 — контроль; 2 — фентоламин; 3 — пирокатехин; 4 — новокаин; 5 — коринфар; 6 — аллопуринол; 7 — эмоксипин,  $2 \times 10^{-3} M CuCl_2, t = 60^\circ C$**

Представляет интерес сравнение антиоксидантного эффекта пирокатехина и его производных: адреналина, метилдофы. Взаимосвязь между периодами индукции и концентрацией исследуемых соединений во всем изученном диапазоне положительная (рис. 6. Табл. 4). При всех концентрациях соединения более активны, чем пирокатехин. Очевидно, что в производных пирокатехина орто-гидроксильные группы связаны комплексообразованием с солями меди. Поэтому, высокая антиоксидантная активность адреналина и метилдофы свидетельствует об эффекте за счет аминогруппы. Снижение максимальной скорости окисления может свидетельствовать об участии аминов в реакциях с гидропероксидами с образованием молекулярных продуктов.

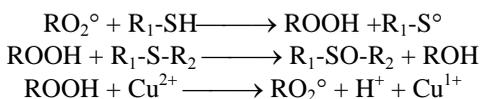


**Рисунок 7. Кинетика окисления метиллинолеата в водно-эмульсионной среде в присутствии капотена: 1 — контроль; 2 —  $1 \times 10^{-6}$  M; 3 —  $1 \times 10^{-4}$  M; 4 —  $1 \times 10^{-3}$  M; 5 —  $1 \times 10^{-2}$  M; 6 —  $1 \times 10^{-1}$  M,  $2 \times 10^{-3}$  M  $\text{CuCl}_2$ ,  $t=60^\circ \text{C}$**

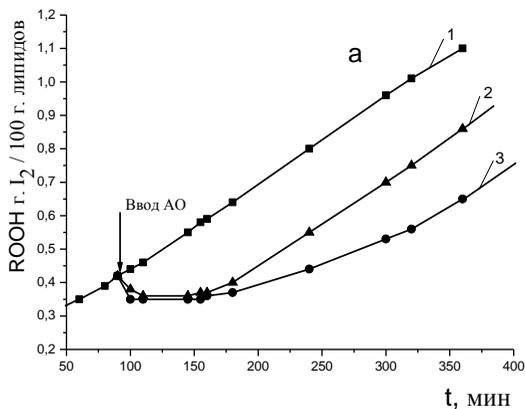
Рассмотрим ряд гетероциклических производных: фентоламин, аллопуринол, эмоксипин. Фентоламин относится к amino-фенолам первой группы, в присутствии которых при различных концентрациях происходит окисление мицеллярного субстрата без периода индукции и периода аутоускорения. Низкая АОА фентоламина может быть обусловлена нарушением сопряжения из-за объемного заместителя в положении 3. В эмоксипине в положении 2 и 4 по отношению к гидроксилу расположены донорные алкильные заместители. Показано, что при всех концентрациях эмоксипин тормозит начальные и максимальные скорости окисления. В присутствии аллопуринола и эмоксипина наблюдаются периоды индукции и периоды аутоускорения (рис. 6). Соединения относятся к amino-фенолам второй группы. Вероятно, в этих условиях лимитирующей является реакция разрушения амином гидропероксидов по молекулярному механизму. Зависимости периодов индукции от концентрации эмоксипина, аллопуринола и фентоламина приведены в табл. 4.

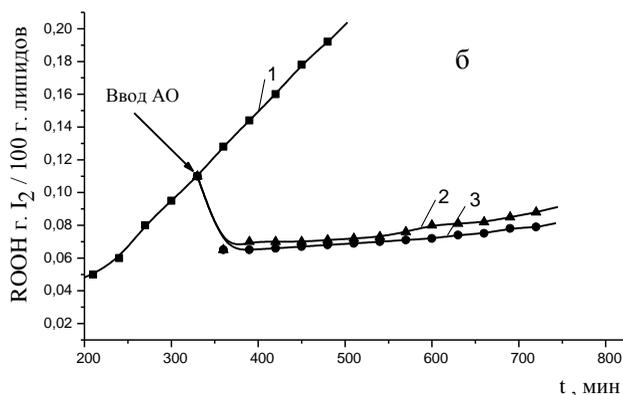
В качестве серосодержащего соединения в настоящей работе был изучен капотен. Химическая структура препарата позволяет прогнозировать его ингибирующую активность за счет разрушения гидропероксидов меркаптогруппой или хелатирования катализатора.

На рис. 7. Приведены кинетические кривые каталитического окисления МЛ в водно-эмульсионной среде в присутствии ( $1 \times 10^{-6}$ — $1 \times 10^{-1}$ ) М капотена. Показано, что все добавки тормозят процесс окисления, снижая начальную и максимальную скорости (табл. 4). Характер влияния капотена на кинетику каталитического окисления МЛ может быть объяснен следующим образом: капотен может участвовать в реакциях обрыва цепей, обеспечивая ингибирование процесса окисления, снижение скорости окисления может быть обусловлено его конкурентным участием с катализатором в распаде гидропероксидов по молекулярному механизму, что влияет на снижение скорости разветвления цепей и скорости процесса в целом.



Общим в эффекте всех аминов и серосодержащего препарата капотена является снижение максимальной скорости процесса, пропорционально увеличению концентрации. Эффект уменьшения начальной и максимальной скорости окисления отмечается для всех АО, кроме пирокатехина и фентоламина, в наибольшей степени это влияние проявляется в действии эмоксипина, осалмида и парацетамола.





**Рисунок 8. а). Кинетика накопления гидропероксидов при автоокислении МО в присутствии равных концентраций АО: 1 — контроль, 2 — эмоксипин, 3 — капотен. б). Кинетика накопления гидропероксидов при автоокислении ЛК в присутствии равных концентраций АО: 1 — контроль, 2 — осалмид, 3 — парацетамол. Стрелкой показан вброс АО.**  
 $C_{(AO)}=2 \times 10^{-4} \text{M}$ ,  $t=60^\circ \text{C}$

Для подтверждения гипотезы о возможном разрушении гидропероксидов под действием АО были проведены эксперименты по тестированию кинетики накопления гидропероксидов (ROOH) с добавками в частично окисленный субстрат каждого из исследуемых АО (рис. 8 а. б.). После внесения ингибитора в течение первого часа наблюдалось снижение концентрации гидропероксидов, в контрольном опыте ROOH продолжали накапливаться. Установлено, что все исследуемые соединения способствуют разрушению гидропероксидов на 50—75 %.

#### **Выводы:**

1. Разработана кинетическая модель тестирования биоантиоксидантов в водно-эмульсионной каталитической среде, выбраны оптимальные концентрации катализатора и поверхностно-активного вещества.
2. Получен ряд каталитической активности солей металлов переменной валентности:  $\text{Cu}^{2+} > \text{Fe}^{2+} > \text{Fe}^{3+} > \text{Co}^{2+} > \text{Ni}^{2+}$ .

3. Показан идентичный механизм действия стационарного антиоксиданта дибунола при окислении безводных и водно-эмульсионных липидных субстратов.

4. Получен ряд увеличения антиоксидантной активности полифункциональных соединений: фентоламин < салициловая кислота < новокаин < аллопуринол < пирокатехин < фенол < парацетамол < коринфар < адреналин < метилдофа < эмоксипин < капотен < осалмид < дибунол.

5. Установлено, что исследуемые соединения в процессе окисления способны как эффективно уничтожать пероксильные радикалы, так и разрушать гидропероксиды молекулярным путем. Вероятно, что антирадикальная активность ингибиторов обусловлена присутствием в их химической структуре фенольного гидроксила, а способность разрушения гидропероксидов связана с наличием amino-, амидной или сульфидной группы.

Разработанный способ тестирования биоантиоксидантов волюмометрическим методом с использованием каталитического окисления водно-эмульсионных липидных субстратов был внедрен в НИИ клинической и профилактической кардиологии СО РАМН, отдел артериальной гипертонии (Авторы внедрения: В.Н. Ушкалова, Н.В. Иоанидис, Г.Д. Кадочникова, В.В. Тихонова, М.Г. Перевозкина).

По результатам антиоксидантной активности ряда лекарственных препаратов различного фармакологического действия было выявлено наиболее эффективное соединение — осалмид. В Новосибирском институте органической химии (НИОХ) им. Н.Н. Ворожцова СО РАН на базе структуры осалмида была синтезирована группа замещенных амидов и сульфидов салициловой кислоты, имеющих в *орто*- и *пара*-положении экранирующие *трет*-бутильные заместители. Сравнительному тестированию ингибирующих свойств новых перспективных соединений с целью выявления среди них активных антиоксидантов будет посвящена отдельная работа.

### Список литературы:

1. Арутюнян Р.С., Налбандян Дж.М., Бейлерян Н.М. // Кинетика и катализ. — 1985. — Т. 26. — вып. 4. — № 6. — С. 1475—1477.
2. Владимиров Ю.А., Сулова Т.Б., Оленев В.И. Митохондрии. Транспорт электронов и преобразование энергии. М.: Наука, 1976. — 109 с.
3. Денисов Е.Т. Элементарные реакции ингибиторов окисления // Успехи химии. — 1973. — Т. 42. — вып. 3. — С. 361—390.

4. Паничева Л.П., Третьяков Н.Ю., Яковлева С.А., Юффа А.Я. Мицеллярно-каталитическое окисление углеводов. 1. Окисление кумола кислородом в водных растворах додецилсульфата натрия в присутствии сульфата меди // Кинетика и катализ. — 1990. — Т. 31. — вып. 1. — С. 96—101.
5. Паничева Л.П., Третьяков Н.Ю., Эйхман С.А., Юффа А.Я. Мицеллярно-каталитическое окисление углеводов. 2. Влияние медных и натриевых солей лауриновой и пальмитиновой кислот на кинетику окисления кумола кислородом в присутствии водной фазы // Кинетика и катализ. — 1991. — Т. 32. — вып. 1. — С. 45—49.
6. Перевозкина М.Г. Кинетика и механизм ингибирующего действия производных фенозана, салициловой кислоты и их синергических смесей с  $\alpha$ -токоферолом и фосфолипидами. Автор. ...канд. хим. наук. Тюмень. — 2003. — 28 с.
7. Перевозкина М.Г., Тихонова В.В., Ушкалова В.Н. Каталитическое окисление липидных субстратов в присутствии фенолов и аминов // В сб.: Свободно-радикальное окисление липидов в эксперименте и клинике. Тюмень, Из-во Тюм.ГУ. — 1997. — С. 90—104.
8. Рогинский В.А. Фенольные антиоксиданты. М.: Наука. — 1988. — 247 с.
9. Русина И.Ф. Хемилуминесцентные методы в исследовании ингибиторов окисления. Автор. ...канд. хим. наук. М.: Институт химической физики им. Н.Н. Семёнова РАН. — 2011. — 22 с.
10. Ушкалова В.Н., Перевозкина М.Г., Барышников Э.В. Разработка способа тестирования средств антиоксидантотерапии // В сб.: Свободно-радикальное окисление липидов в эксперименте и клинике. Тюмень, Из-во Тюм.ГУ. — 1997. — С. 77—82.
11. Эмануэль Н.М. Механизм действия антиоксидантов. Современные представления // Нефтехимия. — 1982. — Т. 22. — № 4. — С. 435—447.
12. Эмануэль Н.М., Майзус З.К., Карпухина Г.В., Мескина М.Я. Механизм синергического действия смесей ингибиторов в процессах окисления // Тез. междуна. симп. по методам оценки и практическому применению стабилизаторов и синергических смесей. М. — 1973. — С. 1—18.
13. Allen Y.C., Farag P.A. comparison between the metal-catalysed autoxidation of aqueous emulsions of linoleic acid, trilinolein and phospholipids 3 Symp. int. oxide lipides catalyses metaux. Paris. — 1974. — P. 44—56.
14. Burton G.W., Ingold K.U. Autoxidation of biological molecules. 1. The antioxidant activity of vitamin E and related chainbreaking phenolic antioxidant in vitro // J. Amer. Chem. Soc. — 1987. — V. 103. — № 21. — P. 6472—6477.
15. El-Zeany B.A., Pokorny Y., Yanicek G. Effect of metallic compounds on the autoxidation of fatty acids and their derivatives. 4. Autoxidation of fish oil fatty acid esters in mixture with protein in presence of copper and iron salts // Sb. VSCHT V Praze. — 1974. — E. 42. — P. 5—18.

16. Ohlson R. Fats and oils demetalization : its influence on their oxidative stability // 3. Symp. int. oxide lipides catalises metaux. Paris. — 1973. — P. 184—192.
17. Pokorny J. Effect of metallic compounds on the autoxidation of fatty acids and their derivatives. 3. Effect of metallic chlorides on the autoxidation of stabilized isopropyl oleate // Sb. VSCHT V Praze. — 1969. — E. 27. — P. 67—81.
18. Pokorny J., Kondratenko S.S., Janicek G. Autoxidation of some vegetable oils at elevated temperatures. 14. Effect of heavymetals and inhibitors on the maximum oxidation rate of sunflower seed oil // Sb. Vysoke skoly chem. technol. V Praze. — 1967. — E. 18. — P. 61—66.
19. Pokorny J., Luan N.T., Janicek G. Changes of tocopherols in vegetable oils under the condition of deep fat frying // Sb. Vysoke skoly chemicko — technologicke V Praze. — 1973. — E. 39. — P. 24—41.

# **ЕСТЕСТВЕННЫЕ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ В СОВРЕМЕННОМ МИРЕ**

Материалы IX международной заочной  
научно-практической конференции

19 августа 2013 г.

В авторской редакции

Подписано в печать 26.08.13. Формат бумаги 60x84/16.  
Бумага офсет №1. Гарнитура Times. Печать цифровая.  
Усл. печ. л. 6,375. Тираж 550 экз.

Издательство «СибАК»  
630075, г. Новосибирск, Залесского 5/1, оф. 605  
E-mail: mail@sibac.info

Отпечатано в полном соответствии с качеством предоставленного  
оригинал-макета в типографии «Allprint»  
630004, г. Новосибирск, Вокзальная магистраль, 3